MODELAGEM MATEMÁTICA

perspectivas, experiências, reflexões e teorizações

2ª edição revista e ampliada

Celia Finck Brandt
Dionísio Burak
Tiago Emanuel Klüber
(organizadores)

MODELAGEM MATEMÁTICA

perspectivas, experiências, reflexões e teorizações

2ª edição revista e ampliada

Equipe Editorial

Coordenação editorial	Lucia Cortes da Costa
Ficha Catalográfica	Cristina Maria Botelho
Revisão	ICQ Editora Gráfica
Capa e Projeto gráfico	Rita Motta
Diagramação	Marco Wrobel

510.7
M689m

Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações / orgs. por Celia Finck Brandt; Dionísio Burak e Tiago Emanuel Klüber. 2 ed. rev. ampl. Ponta Grossa, Editora UEPG, 2016.
226 p. ; il.

ISBN 978-85-7798-203-5

1-Educação Matemática. 2-Matemática: estudo e Ensino. 3-Modelagem Matemática. 4-Aprendizagem. I. BRANDT, Celia Finck, org. II.BURAK, Dionísio, org. III. KLÜBER, Tiago Emanuel, org. IV.T.

Depósito legal na Biblioteca Nacional

Editora filiada à **ABEU**
Associação Brasileira das Editoras Universitárias

Editora UEPG
Praça Santos Andrade, n. 1
84030-900 – Ponta Grossa – Paraná
Fone: (42) 3220-3306
e-mail: vendas.editora@uepg.br

2016

PREFÁCIO

O diálogo necessário do contexto histórico e cultural com a lógica na Modelagem Matemática

> *Nas aulas de Matemática [...] aprende-se uma concepção muito particular do que conta como matemática, do que significa lidar com a Matemática, do que é ensinar e aprender Matemática* (KNIJNIK, 1998, p. 133)

Os professores ao ensinarem Matemática aos seus alunos, *ensinam* não somente conteúdos puros, mas, também, valores, concepções e crenças sobre a Matemática. Tal afirmação encerra o texto em que a professora Gelsa Knijnik analisa sua história de jovem estudante, criticando os problemas apresentados para os alunos resolverem na escola sem considerar os problemas da vida real encontrados pelos estudantes.

A denúncia da professora ataca o ensino de Matemática que dá pouca atenção às dimensões histórico-culturais e afetivas. A Modelagem Matemática se coloca como alternativa metodológica que traz para a sala de aula os problemas da vida real e da cultura dos alunos para dialogarem com conhecimento universal, lógico e válido em todos os tempos e lugares da Matemática.

Os resultados obtidos pelos estudantes nas avaliações escolares e nos testes nacionais e internacionais de Matemática indicam que se trata de uma disciplina em que os educandos obtêm pouco sucesso. A Prova Brasil do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico, vêm mostrando que os conhecimentos matemáticos dos estudantes brasileiros estão abaixo do desejado e da média mundial. Esses resultados expressam o papel seletivo que o seu ensino desempenha. Os poucos que conseguem sucesso são valorizados também no plano intelectual, mas a maioria convive com a matemática na condição de não ter o *dom* para os números (BERTI; ROSSO; BURAK[1], 2008).

As respostas obtidas para os problemas enfrentados em outros setores dos conhecimentos ensinados na escola não podem contribuir diretamente

---

[1] BERTI, N. M.; ROSSO, A. J.; BURAK, D. Compreensão do erro em matemática e significado a ele atribuído pelos alunos da 5º série. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos,** v. 89, p. 553-575, 2008.

para o ensino da Matemática, dada a natureza dessa disciplina. Se as ciências empíricas adquirem validade em função dos fatos que descrevem, as ciências formais, por outro lado, como a Matemática, não se referem à realidade embora possam ser aplicadas a ela. Se o seu ensino se desenvolver de maneira inteiramente abstrata, sem dialogar com o contexto, contribui para aumentar a dificuldade de seu aprendizado (DELVAL[2], 1998, p.216-223).

Nesse sentido, é necessário pensar o ensino da Matemática considerando a sua especificidade, a sua lógica de constituição, enquanto área de conhecimento. O ensino da Matemática, apoiado exclusivamente nos seus elementos de natureza lógica, tem mantido historicamente os obstáculos que interferem no seu aprendizado, pois os alunos não vêem significado e nem percebem utilidade em um conhecimento com essas características. Uma forma de se evitar esses obstáculos no aprendizado da Matemática é inverter os procedimentos utilizados e trabalhá-los como uma maneira possível de explicar os problemas concretos enfrentados pelos sujeitos na sociedade.

No entanto, a simples inversão de partida não é a garantia da construção do conhecimento lógico-matemático. É necessário integrar-se à lógica pela qual se constrói o conhecimento matemático. Ele não deriva do meio ou da experiência, porque procedem dos esquemas de coordenações gerais das ações do sujeito. São dependentes da construção do próprio sujeito. Essas coordenações não podem ser ensinadas por meio de artifícios ou metodologias, não é fruto do contexto natural, pois são produtos da abstração que ultrapassa a experiência física. A experiência física possibilita a contextualizada do conhecimento lógico-matemático, mas não substitui a ação do sujeito para transformá-los, para dissociar e fazer variar fatores, realizar abstrações e construir os princípios das relações possíveis (ROSSO[3] et al., 1998; BECKER[4], 1997).

Se o aprendizado do conhecimento lógico-matemático não depende diretamente do contexto e nem alcança seus objetivos por padrões exclusivamente lógicos resta o desafio do diálogo desses dois elementos no seu ensino e trabalhar para que o aluno alcance a coordenação de ações, a lógica das relações. É essa direção que desafiam as pesquisas da Educação Matemática, da Etnomatemática e da Modelagem Matemática. Esses movimentos convergem na meta de promover o diálogo da Matemática abstrata e formal

---

[2] DELVAL, J. **Crescer e pensar**: a construção do conhecimento na escola. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

[3] ROSSO, A. J.; BECKER, F.; TAGLIEBER, J. E. A produção do conhecimento e a ação pedagógica. **Educação e realidade**, Porto Alegre: v. 23, n. 2, p. 63-82, jul./dez., 1998.

[4] BECKER, F. **A origem do conhecimento e a aprendizagem escolar**. Porto Alegre: ARTMED, 2003.

com o contexto material e vivencial dos sujeitos para a sua aprendizagem significativa.

A Universidade, ao desempenhar a função de produtora de conhecimento e de formadora de profissionais capazes de produzi-lo, mediante a prática da pesquisa, não tem ficado alheia a esse problema. A Educação Matemática tem atuado para trazer contribuições de pesquisa ao problema em Programas específicos de Pós-Graduação, em linhas e projetos de pesquisa. No Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa, a sua produção vem se ampliando e constituindo em torno da e de outras produções dentro da linha de pesquisa Ensino-Aprendizagem.

Na mesma linha de pesquisa, a sua produção tem estimulado diálogos entre os diferentes campos de pesquisa e pesquisadores do programa. Os capítulos desta coletânea expressam uma parcela de contribuição da pesquisa e do esforço de formação empreendidos no interior do programa. Eles têm como objetivo apresentar resultados de pesquisa portadores de contribuições para que o ensino da Matemática se torne mais contextualizado e vinculado ao real.

O Grupo de Pesquisa e Estudos em Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação em Educação da UEPG tem se constituído desde 2003 em espaço destinando à Modelagem. Os capítulos que compõem a presente coletânea são apresentados segundo uma perspectiva teórico-metodológica proposta pelo professor Dionísio Burak para a Educação Matemática. Sua unidade vincula-se a uma concepção de Ensino, Aprendizagem, Matemática, Ciência e Educação Matemática que favorecem a superação de uma visão dicotômica entre sujeito e objeto de conhecimento, teoria e prática, escola e sociedade e tantas outras, que impedem o desenvolvimento pleno do ser humano. Apesar de os textos terem sido elaborados em nível *stricto sensu*, mestrado e doutorado, eles têm suas raízes e buscam retornar, principalmente, aos professores em formação inicial e continuada da Educação Básica. As experiências relatadas juntamente com os aspectos teóricos podem favorecer a adoção da Modelagem por parte de professores de Matemática. A preocupação com os professores da Educação Básica não reduz a importância dos aprofundamentos teóricos, mas vem preencher lacunas da prática pedagógica.

O professor Dionísio Burak abre a coletânea com o texto “Uma Perspectiva de Modelagem Matemática para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática”, apresentando a trajetória de mais de duas décadas de trabalho dedicado à Modelagem Matemática como uma metodologia para o ensino de Matemática nos níveis do Ensino Fundamental e Médio. Nele, relata as experiências iniciais com a Modelagem Matemática, desenvolvidas em 1983,

nos cursos de especialização da Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO, no seu mestrado (1987), no doutorado (1992) e as diversas atividades que sucederam sua formação. O autor divide a sua análise em três fases. Na primeira fase, relata o início do trabalho com os professores, mediado pela Modelagem Matemática; as primeiras ideias, os primeiros encaminhamentos e as discussões resultantes que ensejaram algumas questões pendentes e que tiveram implicações no redirecionamento do trabalho com a modelagem voltada para o ensino e aprendizagem da Matemática. Na segunda fase, o doutorado. Como resultado dessa trajetória, dois princípios para o trabalho com a Modelagem Matemática emergiram: o interesse do grupo e a coleta dos dados que deve ser realizada no ambiente onde se encontra o interesse do grupo. Além de analisar, com a socialização dessa metodologia de ensino nos cursos de atualização e de especialização,apresenta alguns depoimentos de professores e estudantes a partir dos trabalhos desenvolvidos nas redes estadual, municipal e particular de ensino. Na terceira fase, após o doutorado, mostra as mudanças na forma de conceber a Modelagem, bem como as etapas para o encaminhamento da Modelagem Matemática em sala de aula.

Os aspectos favoráveis à utilização da Modelagem Matemática no ensino são destacados por Tiago Emanuel Klüber, no segundo capítulo da coletânea. O texto ressalta cinco aspectos da Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino promissora para a aprendizagem da Matemática. A sua elaboração resulta da análise de duas dissertações, orientadas pelo Professor Dionísio Burak, voltadas para o ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica. Destaca os aspectos evidenciados nas discussões e leitura assistemática feita pelo grupo de trabalho de modelagem das dissertações orientadas por Burak. O seu texto evidencia a possibilidade da ruptura com a linearidade do currículo e da modelagem se tornar uma forte aliada de educadores que entendem a educação de maneira abrangente, para além da transmissão do conhecimento.

O capítulo de autoria de Vantielen da Silva Silva apresenta reflexões sobre a abordagem dos conteúdos específicos de Matemática a partir do uso da Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. As análises e interpretações foram direcionadas a relatos de experiências presentes em trabalhos de conclusão de curso constituintes do acervo da biblioteca da Universidade Estadual do Centro-Oeste do Paraná, UNICENTRO, campus de Guarapuava.

O capítulo “Modelagem Matemática no Ensino Fundamental” de Marinês Avila de Chaves Kaviatkovski apresenta três relatos de experiências

mediadas pela Modelagem Matemática, na concepção de Burak. A partir de situações presentes nos referidos relatos discute a viabilidade do trabalho com a Modelagem Matemática no âmbito do Ensino Fundamental. Finaliza o texto possibilitando ao leitor refletir acerca dos aspectos pedagógicos envolvidos em atividades mediadas pela Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática.

No capítulo escrito por Fábio Roberto Vicentin há o relato de uma experiência com a Modelagem Matemática em uma turma regular de terceira série do Ensino Médio em Guarapuava, PR. O foco de sua investigação foi buscar a contribuição da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem de estudantes que apresentam dificuldades de compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos. Da mesma forma que Alzenir assume o desafio de desenvolver a Modelagem Matemática em situação de sala de aula, Fábio apresenta variadas possibilidades de exploração, viabilizando o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos, além de promover uma grande motivação junto aos educandos da escola.

Alzenir Virgínia Soistak apresenta uma experiência com a Modelagem Matemática no Ensino Médio Profissionalizante. A professora assumiu o desafio de desenvolver atividades de Modelagem Matemática, em turmas regulares de Ensino Médio Profissionalizante. Esse desafio tem subjacente uma das maiores objeções do espaço escolar às metodologias inovadoras que questionam o modelo curricular propedêutico e universal hegemônico nas escolas brasileiras. Alzenir discute as informações levantadas durante o desenvolvimento da Modelagem em duas turmas regulares, em dois anos consecutivos e aponta resultados significativos em relação à prática educativa mediada pela Modelagem Matemática. O seu texto possibilita reflexões que podem proporcionar mudanças significativas na prática escolar.

O capítulo "Modelagem Matemática na Educação Básica: Uma experiência vivida" de autoria de Helaine Maria de Souza Pontes e Dionísio Burak apresenta uma experiência de Modelagem Matemática sob a perspectiva de Burak, desenvolvida em uma escola municipal da cidade de Curitiba, com alunos da 7ª série do Ensino Fundamental com o objetivo de conhecer as implicações da Modelagem na Educação Matemática para o ensino.

O capítulo "Formação de professores e a Modelagem Matemática na Educação Básica" de autoria de Carla Melli Tambarussi e Tiago Emanuel Klüber busca apresentar algumas reflexões que se direcionam para a Modelagem Matemática como uma possibilidade para a sala de aula, para aspectos teóricos relacionados à formação de professores, bem como para discussões relacionadas a formação de professores em Modelagem.

Carlos Roberto Ferreira relata uma experiência de formação continuada de professores mediada pela Modelagem Matemática. A partir da primeira experiência de um professor de Matemática com a Modelagem Matemática, discute as possibilidades da aprendizagem matemática de forma contextualizada e mais significativa. Descreve, inicialmente, as dificuldades e angústias de um recém-formado em Matemática, inserido em um contexto social. Relata o processo de (re)construção de um modelo matemático do ponto de vista cognitivo e finaliza seu texto apresentando reflexões sobre alguns aspectos práticos e teóricos em relação à Modelagem para a formação do professor de Matemática.

Um ensaio sobre a complexidade, a criatividade e as representações semióticas numa atividade de Modelagem Matemática é trabalhado por Celia Finck Brandt. O ensaio tem como objetivo apontar as interfaces de três esferas teóricas: a complexidade, a criatividade e as representações semióticas. Com a explicitação do entendimento sobre cada uma dessas teorias, evidencia suas convergências na organização das atividades de Modelagem Matemática.

O texto de Emanueli Pereira apresenta uma síntese em que são apresentados elementos da Modelagem Matemática que podem subsidiar o papel do professor de matemática para o desenvolvimento da criatividade. Esse capítulo aponta alguns conhecimentos e atitudes que são desejáveis ao professor de tal disciplina, para que ele possibilite aos alunos o desenvolvimento da criatividade, por meio da Modelagem Matemática. São apontados indicativos para o professor identificar o processo criativo. Ao final, são explicitados aspectos a serem observados pelos professores para que possam contribuir efetivamente na construção do conhecimento dos estudantes e para o desenvolvimento da criatividade.

O capítulo "Modelagem no ensino da Matemática e a teoria vygostyana: um olhar sobre as ações e interações no processo de ensino e aprendizagem" de autoria de Derli Kaczmarek e Dionísio Burak busca identificar que ações e interações, dos estudantes, são identificadas nas atividades da Modelagem Matemática a partir do referencial Vygostyano em atividades de Modelagem Matemática com estudantes do nono ano do Ensino Fundamental.

O conjunto de textos que formam esta coletânea deriva de pesquisas e estudos sobre o ensino e aprendizagem de Matemática, estes nascidos em contextos do ensino de Matemática na Educação Básica em escolas públicas. Os textos da coletânea apresentam elementos que sustentam as potencialidades da Modelagem Matemática para tornar mais flexível o currículo, favorecer a criatividade, a aprendizagem significativa, a compreensão da

complexidade do conhecimento associado à prática da sala de aula e ao contexto histórico-cultural das sociedades.

Para os professores de Matemática que procuram inverter os procedimentos utilizados no ensino de Matemática e trabalhá-la de forma contextualizada, tentando tratar matematicamente os problemas concretos enfrentados pelos sujeitos na sociedade, essa coletânea traz muitos elementos capazes de instigar a sua prática e reflexão. Com a epígrafe do texto de Knijnik[5] (1998) os autores dessa coletânea apresentam um convite aos seus leitores a ensaiarem outras concepções de Matemática, do ensinar e do aprender matemático.

Ademir José Rosso
Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG
Programa de Pós-Graduação em Educação

[5] KNIJNIK, G. Educação Matemática e os Problemas "da vida real". In: CHASSOT, A.; OLIVEIRA, R. J. **Ciência, ética e cultura na educação**. São Leopoldo: Unisinos, 1998, p. 123-134.

Sumário

Apresentação

A primeira edição deste livro recebeu o nome de "Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica". Na ocasião compreendíamos que esse era o público ao qual essa obra se destinava e também o nível de escolaridade para o qual gostaríamos de socializar as nossas produções. Algum tempo depois de a obra estar em circulação, nos deparamos com um perfil de leitores dos mais variados, de professores da Educação Básica ao Ensino Superior, assim como pós-graduandos e pesquisadores da área de Modelagem Matemática na Educação Matemática. Esses, por sua vez, por meio de debates e contribuições, mostraram que o livro, de alguma maneira, extrapolava as pretensões iniciais. Nesse ínterim, ao recebermos o convite da Editora da Universidade Estadual de Ponta Grossa, EDUEPG, para publicar nova edição e atendendo ao pedido de interessados, na continuidade da obra, fomos instigados pela necessidade de expandi-la, considerando que desde a sua primeira edição outras pesquisas e produções foram desenvolvidas no âmbito do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Educação, da UEPG e em outros programas de pós-graduação que os organizadores são afetos. Essa nova edição mantém os capítulos da primeira, porém, sob outra estrutura, a partir da inclusão de cinco novos, totalizando doze que constituíram quatro núcleos: 1) Sobre a perspectiva de Modelagem, 2) Modelagem Matemática nos níveis e modalidades de ensino, 3) Modelagem Matemática e Formação de Professores, 4) Modelagem Matemática e Teorizações. A partir desses núcleos foi possível apresentar um novo subtítulo que expressa a sua unidade temática: Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações. Para além de um novo título, esse novo livro avança em questões pertinentes ao tema e, ao agregar os capítulos, permite efetuar reflexões mais robustas do ponto de vista de cada núcleo. Com isso, esperamos que essa obra traga as devidas contribuições a todos os interessados na prática e na pesquisa em Modelagem.

Os organizadores

1

Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática

Dionísio Burak

1 Introdução

No contexto do ensino da Matemática no Brasil, a década de 1980 trouxe novas e promissoras perspectivas para o ensino dessa ciência. O III Congresso Internacional de Educação Matemática, em Kalrsruhe, Alemanha Federal, em 1976, que contou com a participação de dois mil educadores de vários países, trazia entre os muitos temas tratados a Modelagem Matemática. Essa, enquanto Matemática Aplicada, ganhou espaço e notoriedade principalmente a partir da segunda guerra mundial, possivelmente por motivos militares e econômicos. Entretanto, compreendemos que ocorreram mudanças nessa maneira de conceber a Modelagem, notadamente no que diz respeito ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

Nesse sentido, pretende-se apresentar a Modelagem Matemática em outra perspectiva, diferente daquela oriunda da Matemática Aplicada, ou seja, entendendo-a como uma metodologia de ensino da Matemática e, mais particularmente, para a Educação Básica.

A estrutura deste capítulo contempla as três fases dessa trajetória, construída ao longo de mais de duas décadas de trabalho com a Modelagem. Essa, em seus primórdios, ainda mantinha estreita vinculação com a forma mais clássica, na perspectiva da Matemática Aplicada, contudo, ao longo dessa trajetória, foi sofrendo as necessárias mudanças e ajustes para o trabalho na Educação Básica. As fases são as seguintes: 1) do mestrado; 2) do doutorado, que teve dois momentos específicos: o primeiro consistindo no trabalho com professores da rede de ensino do 1º e 2º graus, hoje Educação Básica, e o segundo, referente ao desenvolvimento da Modelagem Matemática, no âmbito de seis escolas, por um grupo de professores participantes do primeiro momento; e 3) após o doutorado, quando foram desenvolvidos trabalhos mais intensos no âmbito das escolas, dos cursos com os professores, das orientações no âmbito da pós-graduação *lato sensu* e *stricto sensu* e da publicação em eventos específicos da área, que contribuíram para a construção de uma forma de conceber a Modelagem Matemática.

Essa forma de conceber a Modelagem, que pode diferir da de outros autores e de outras visões de ciência, parece atender plenamente aos objetivos

de se trabalhar com a Modelagem como uma metodologia de ensino da Matemática na Educação Básica. O embasamento teórico que sustenta essa visão se assenta nas teorias: Construtivista, Sociointeracionista e da Aprendizagem Significativa e em uma visão epistemológica de Ciência, que contempla outras áreas do conhecimento, dentre elas a Psicologia, a Sociologia, a Filosofia, a Antropologia, entre outras, além da Matemática. Ainda que essa visão não estivesse totalmente clara no início do trabalho de mestrado, pois naquele momento a preocupação era a aplicação[1] da metodologia, passou a se constituir em foco de estudo, discussão e reflexão a partir da fase do doutorado e após. Assim, propiciou novas perspectivas de encaminhamento do trabalho com a Modelagem em sala de aula.

2 Um pouco de história

A introdução da Modelagem Matemática no Brasil deve-se a um grupo de professores, especialmente, a Ubiratan D'Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi, ambos do Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação, IMECC, da Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, que difundiram essa alternativa para o ensino da Matemática, através de livros, cursos de especialização, artigos, palestras e orientações de trabalhos de conclusão de mestrado e de doutorado (BASSANEZI, 1983, 1987; D'AMBRÓSIO, 1986).

Em 1983, na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava, FAFIG, hoje Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO, iniciou-se a difusão dessa alternativa para o ensino da Matemática por meio de cursos de especialização para professores de Matemática dos três níveis de ensino. A forma de trabalho proposta pela Modelagem Matemática procurava romper com a forma, até então assumida de se ensinar Matemática, qual seja: ênfase nos algoritmos, na memorização e descontextualização dos conteúdos.

A FAFIG foi a primeira Instituição de Ensino Superior no Paraná a abrir-se à proposta de ensino por meio da Modelagem Matemática. Os cursos de especialização ofertados consistiam em três fases, conforme segue: Fase I – Metodologia do Ensino de Matemática e Modelagem no 1º grau e Modelagem Matemática no 2º grau; Fase II – Modelagem no 2º grau e

[1] De início pensava-se na possibilidade de mera aplicação da metodologia, no entanto, a partir do aprofundamento teórico e epistemológico, na fase denominada neste artigo de "a fase após o doutorado" percebeu-se a inadequação do termo, pois na forma assumida de conceber a Modelagem Matemática há sempre um aspecto de reconstrução no desenvolvimento de uma atividade de modelagem. Portanto, o uso dessa expressão quando se referir à Modelagem Matemática estará condicionado ao momento histórico em que descrevo a construção da perspectiva como, por exemplo, nas páginas 16, 25, 26 e 29.

História da Matemática; e Fase III – algumas disciplinas: Cálculo Diferencial e Integral, Probabilidade e Estatística e Álgebra Linear. As Fases I e II trabalhavam mais especificamente o Ensino de 1º e 2º graus, atualmente Ensino Fundamental e Médio. A Fase III era destinada à formulação e resolução de problemas envolvendo conteúdos matemáticos em nível superior. Na Fase I acontecia a visita de grupos de professores-estudantes aos locais onde se desenvolviam as principais atividades econômicas do município de Guarapuava, tais como: madeireiras, fábrica de papel, agricultura, plantação de maçãs, suinocultura, criação de peixes, apicultura, entre outras. As visitas consistiam na coleta de dados para os trabalhos das Fases II e III.

Embora a estrutura curricular dos cursos de especialização apresentasse, ainda, resquícios de uma forma mais usual do ensino da Matemática, o grupo de docentes, formado na sua maioria por professores do IMECC da UNICAMP, procurava alternativas diferenciadas para o trabalho com o conteúdo matemático. A constituição do corpo docente do Curso de Especialização envolveu professores com experiência em diferentes níveis de ensino, além do Ensino Superior, o que contribuiu significativamente com as trocas de ideias para o delineamento de estratégias que pudessem contemplar uma nova perspectiva para o ensino da Matemática.

No final da década de 1980, com o desenvolvimento de algumas experiências e o início de trabalhos de conclusão de mestrado voltados para o ensino e especializações, tem início, em âmbito nacional, a formação de uma massa crítica a respeito da Modelagem Matemática e suas concepções. Os programas de mestrado que se instalaram a partir dessa década e tiveram a preocupação com o ensino de Matemática, de Química, de Física e outros, contribuíram para um novo pensamento em relação às áreas de conhecimento e do seu aprendizado.

A Modelagem Matemática, enquanto uma alternativa para o ensino da Matemática para o atual Ensino Fundamental e Médio, teve como marco a dissertação de mestrado defendida por Dionísio Burak em 1987, na pós-graduação *stricto sensu*, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Campus de Rio Claro, São Paulo.

Uma vez feitas as considerações históricas em relação à Modelagem, passaremos ao detalhamento de cada uma das fases da trajetória vivenciada por Burak, iniciando pelo mestrado.

3 O mestrado e as primeiras ideias para se trabalhar a Modelagem Matemática

As experiências vividas com a Modelagem Matemática, visando principalmente o ensino da Matemática, tiveram início em 1985, quando se definiu que mestrando e orientador apresentariam uma proposta de dissertação com a Modelagem Matemática na 5ª série, pois se constatava um ponto de estrangulamento nesse nível de ensino.

Em 1986, com o retorno à cidade de origem, retomou-se o cargo de professor do Ensino Fundamental e Secundário no Núcleo Regional de Educação de Guarapuava, integrando-se à equipe pedagógica. Com o plano da dissertação aprovado, deu-se início ao trabalho com os professores da rede estadual de ensino, na região de abrangência do Núcleo Regional de Educação. Inicialmente, o trabalho envolveu três cidades sedes: Guarapuava, Laranjeiras do Sul e Pitanga, e professores dos municípios vizinhos que se dispuseram a iniciar a discussão e o trabalho com a Modelagem. Os cursos tiveram a duração de 40 horas em cada cidade sede e envolveram aproximadamente 40 professores.

As ideias iniciais ainda não estavam muito claras, contudo perseguiam a meta de desenvolver um trabalho que buscasse tornar o ensino de Matemática mais significativo, mais dinâmico, com destaque do estudante como construtor do próprio conhecimento. A intenção não era apenas tratar da Matemática como uma ciência, mas desenvolvê-la como um processo capaz de ajudar os educandos a construírem o conhecimento matemático, valendo-se do interesse que o assunto poderia despertar, tornando-os autônomos, capazes de pensar e construir estratégias próprias para resolverem as situações.

Os cursos com os professores mantinham essa perspectiva e as discussões em relação a essa proposta da Modelagem, contribuíram significativamente para o desenvolvimento da dissertação de mestrado e ajudaram na percepção de aspectos importantes para a continuidade do trabalho com a Modelagem Matemática. Nos primeiros encontros realizados com os professores ficou nítida a existência de uma forte vontade de mudança em relação à metodologia de trabalho, entretanto havia também uma forte resistência à mudança pretendida para o ensino da Matemática, uma vez que os professores não conseguiam dar conta de desenvolver as atividades propostas. Com o decorrer dos cursos, percebeu-se que a resistência tinha sua origem na insegurança em relação à forma proposta de se trabalhar com a Matemática. As dificuldades dos professores incluíam o desenvolvimento

das atividades dos tópicos abordados durante a realização do curso, que pela pequena ou nenhuma experiência nessa forma de trabalhar, não conseguiam desenvolver muitas atividades. Uma das causas que contribuiu para essa dificuldade foi a proposta de um trabalho individual, de modo que cada professor tivesse uma visão de totalidade das etapas propostas.

Pelo fato de os professores, nas discussões realizadas sobre os encaminhamentos dados aos cursos, considerarem que teriam pouco a acrescentar na reorientação do trabalho que estava sendo proposto, não ocorreram avanços mais significativos em relação ao método da Modelagem (BURAK, 1987). Essa percepção dos professores sem dúvida gerava angústia para o pesquisador, pois não havia, naquele momento, um material que contemplasse construções significativas com a Modelagem na perspectiva do Ensino Básico.

Dessa forma, o trabalho inicial foi construído com base mais na proposição de atividades do que propriamente em encaminhamentos metodológicos que pudessem satisfazer mais plenamente o pesquisador. Prevaleceu uma visão mais prescritiva, o mérito do trabalho consistiu em partir de um tema real. Embora o objetivo inicial fosse trabalhar com temas livres, naquele momento o tema deveria ser "A construção de uma casa popular". Muitos motivos justificaram a forma de encaminhamento inicial adotada: o modelo trabalhado nos cursos de especialização; o desconhecimento de outra forma; o plano de trabalho da dissertação; e a insegurança que uma forma diferente de trabalhar proporciona.

Apesar de insatisfações interiores, sentidas pelo pesquisador com a forma de encaminhamento adotada na fase do mestrado, perceberam-se nos depoimentos dos professores envolvidos, manifestações muito positivas, tais como: *"Esta é uma forma diferente de se trabalhar e estudar Matemática"; "O trabalho com a Matemática fica mais significativo"; "A gente começa a ver a Matemática nas coisas"; "Se nós gostamos de trabalhar assim, os alunos vão gostar mais"*.

Algumas questões ficaram pendentes nessa fase, tais como: Quais ações e interações entre os envolvidos se estabelecem no trabalho com a Modelagem? Como os alunos reagem diante de um trabalho que busca formas diferentes de se ensinar Matemática? Como encaminhar em sala de aula o trabalho com a Modelagem Matemática? Como tratar o conteúdo matemático? Como essa forma de trabalho impacta o currículo, o livro texto, os professores, os alunos e os pais? Além dessas, outras se fizeram presentes: Como encaminhar um trabalho com Modelagem em que os professores pudessem escolher temas de seus interesses? O trabalho em grupo

apresenta ganhos significativos no processo de discussão e desenvolvimento das atividades propostas?

Encerrado o ciclo do mestrado, iniciou-se o doutorado na Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, em Campinas, SP.

4 O doutorado e o desenvolvimento do trabalho com a Modelagem junto aos professores

Com a concepção de Modelagem Matemática já um pouco mais amadurecida em relação a algumas questões levantadas no mestrado, e com a possibilidade de colocar em prática ideias iniciais como, por exemplo, *partir do interesse do grupo ou dos grupos*, buscou-se conhecer os seus efeitos para um trabalho diferenciado com vistas à aprendizagem da Matemática e como nortearia essa fase. O doutorado esteve vinculado ao Departamento de Psicologia Educacional, contudo, apresentava forte tendência metodológica. O primeiro ano foi dedicado quase que exclusivamente ao cumprimento dos créditos teóricos, que eram destinados às teorias de ensino e de aprendizagem e à abordagem de pesquisa qualitativa. Essa influência teórica e de interlocução com uma área distinta da inicial, favoreceu reflexões para a mudança de perspectiva em relação à Modelagem.

Após a conclusão dos créditos teóricos do curso de doutorado, retornou-se à Guarapuava com o propósito de desenvolver a pesquisa de campo que envolvia dois momentos: inicialmente, um trabalho com professores e, posteriormente, o acompanhamento desses profissionais, em suas escolas, no desenvolvimento de temas que abordassem a Modelagem Matemática com os estudantes, bem como a realização de coleta de dados.

Ressaltamos que os itens subsequentes estão em acordo com Burak (1992).

4.1 Manifestações iniciais dos professores participantes na fase do doutorado

O grupo de 26 (vinte e seis) professores participantes do primeiro momento da fase do doutorado envolvia docentes de mais de um nível de ensino. Alguns deles com muita experiência, 20 (vinte) anos ou mais de magistério, com 12 a 18 anos de trabalho, professores com média experiência, aproximadamente 10 dez anos e com pouca ou nenhuma experiência, haja vista que alguns eram acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática da UNICENTRO.

Antes de vivenciarem a experiência com a Modelagem, foi solicitado aos participantes que escrevessem como sentiam o ensino da Matemática naquele momento. A solicitação buscou conhecer como o professor em exercício concebia e realizava sua prática relativa ao ensino da Matemática.

As manifestações iniciais, escritas pelos professores participantes, revelaram o que eles denominavam como existência de crise no ensino da Matemática. Algumas dessas opiniões foram: *"ensino preso a um planejamento", "teoria sem a prática correspondente", "a introjeção de maneira formal e estanque de conteúdos que não permitem ao aluno caminhar por si só e pensar".* Para alguns dos professores, essa crise foi resultante de falha na aprendizagem inicial do aluno, e que vai crescendo à medida que a vida escolar se desenvolve. Outros a vincularam à qualidade do ensino da Matemática, tendo como causa principal a falta de atualização e aperfeiçoamento de técnicas que despertem no estudante o interesse pela Matemática através da sua aplicação.

Os docentes manifestaram entender como parte da crise a desmotivação dos estudantes. Para muitos participantes, ou eles *"não querem saber de nada na medida que são obrigados a frequentar a escola e receber um ensino fora da realidade, sem interesse, no qual cálculos e mais cálculos são realizados sem se saber o porquê, pois não existe uma situação clara concreta que os justifique"* [sic]. Também foram considerados a reprovação, o abandono escolar, e o não saber a tabuada. Outros pontos surgidos nos depoimentos dos professores, que ainda tornavam o ensino responsável pelo fracasso da Matemática nas escolas, foram: *"a falta de se trabalhar a matemática de acordo com o interesse e a criatividade dos alunos e também concorria para isso o desespero do professor"* [sic].

Também foi destacado pelos professores que *"a ênfase em aplicar fórmulas e técnicas sem mostrar o processo de construção desse conhecimento é, ao lado de um ensino, mero reprodutor de conteúdo, de fórmulas prontas, definições mecânicas sem se conhecer o como e o porquê"* [sic]. Essa situação foi considerada como umas das grandes responsáveis pelo fracasso ou pela crise no ensino de Matemática. Muitos professores responsabilizaram o desinteresse ao manifestarem-se conforme segue: *"Quem sabe porque também os professores estão se desinteressando e dão aulas apenas para cumprir horários e programas, sem se preocuparem se suas aulas são ou não interessantes, se chama ou não a atenção dos alunos"* [sic].

Já os acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática manifestaram descontentamento com seus professores ao afirmarem: *"Acho que isso deve ser mudado, pois aqui mesmo na faculdade, temos professores*

que chegam à sala de aula 'despejando conteúdos' e se alguém tenta questioná-lo, o professor foge do assunto e não lhe dá mais atenção" [sic]. Ou ainda, quando disseram: *"Seria diferente se os professores dessem mais importância para as suas aulas e para as ideias dos alunos"* [sic].

Percebiam-se já, naquela oportunidade, os efeitos de um ensino fragmentado em que o estudante deveria aprender o que lhe era ensinado, não havendo espaço para se trabalhar aquilo que ele queria aprender, o que era de seu interesse ou curiosidade sobre determinado assunto. Esses efeitos contribuíam, de forma significativa, para a pequena motivação, o pouco interesse e, consequentemente, para a reprovação e o abandono da escola.

Os depoimentos dos professores podem ser agrupados em três categorias de análise, sendo possível, a partir delas, explicar o que chamaram de "a crise no ensino da Matemática".

4.1.1 Quanto ao preparo dos professores

No que tange ao professor, apontou-se a desatualização referente ao conteúdo e às inovações metodológicas, que se agravava no caso do ensino de 1ª a 4ª séries, período em que o profissional, fruto de uma formação generalista, tinha muito pouco interesse pela Matemática.

Nesse sentido, outro aspecto constatado nos depoimentos foi a excessiva preocupação com o planejamento. A dificuldade assinalada pelos professores no trabalho com materiais didáticos, seja de 1ª a 4ª série ou de 5ª a 8ª série, parecia evidenciar o despreparo do docente para as novas situações. Tal situação, por sua vez, evidenciou uma formação inicial deficiente e a falta de um programa permanente de atualização em serviço.

4.1.2 Quanto aos estudantes

Os depoimentos de alguns dos professores participantes foram taxativos em responsabilizar os estudantes pela crise no ensino de Matemática. Segundo esses depoimentos, os alunos mostravam um profundo desinteresse e nada parecia incentivá-los. Outros apontaram que a dificuldade apresentada pelos alunos para o trabalho com a Matemática era decorrente da "preguiça de pensar".

Em alguns depoimentos surgiram acusações de que os alunos só aprendem para o momento, ou seja, para uma prova ou para uma explicação, acabando por esquecer o conteúdo logo em seguida. Também houve manifestações de que os alunos não gostam das aulas de Matemática porque não sabem a tabuada. Contudo, muitos reconheceram que praticavam um

ensino fora da realidade ou que os alunos faziam cálculos e mais cálculos sem saber o porquê, pois não existiam situações claras, concretas que os justificassem.

A coação e a reprovação dos alunos também foram apontadas nos depoimentos, sendo que alguns professores pareciam até vincular à sua pratica o modelo de formação recebida no curso de licenciatura.

4.1.3 Quanto à organização e estrutura do ensino e da escola

Os depoimentos dos professores, em muitos momentos, se referiram à estrutura organizacional do ensino das escolas como responsável por parte da crise.

Em relação ao ensino de 1º e 2º graus e a sua forma de organização na época, o professor tinha a preocupação centrada no planejamento, não se importando, na maioria das vezes, se o estudante assimilava ou não o conteúdo ensinado. Era importante para os órgãos administrativos e pedagógicos da escola o cumprimento do programa.

Em muitos depoimentos os professores manifestaram que a Matemática era imposta aos alunos. Para esses profissionais, o ensino da disciplina devia ser feito na medida das necessidades dos alunos.

A análise realizada naquele momento permitiu, ainda, constatar algumas opiniões e sugestões que traduziam o anseio de minimizar a crise no ensino de Matemática.

Por outro lado, pode-se observar que as opiniões e sugestões expressas revelavam e refletiam também as concepções dos professores em relação à forma do ensino da disciplina. Alguns professores afirmavam *"que o ensino de Matemática deveria estar voltado para problemas e suas soluções"* [sic]. Outros argumentavam *"que o conteúdo deveria ser transmitido com base na vivência e voltado para a realidade dos alunos"* [sic]. Ou ainda, alguns defendiam a repetição mesmo que eles, os professores, tivessem pouca clareza de por que estavam ensinando certo conteúdo, bem como desconsiderando a necessidade de que os alunos compreendessem o motivo de aprender o que estava sendo ensinado.

As manifestações iniciais dos professores, antes da vivência de atividades com a Modelagem Matemática, poderiam oferecer importantes subsídios para o segundo momento: a socialização e implantação da Modelagem Matemática na rede de ensino, pelos docentes participantes, com seus alunos.

4.2 O trabalho com os professores: o primeiro momento

Com o grupo de professores participantes do primeiro momento do trabalho de campo na fase do doutorado, que vivenciou todas as etapas da Modelagem, um aspecto considerado de suma importância para o pesquisador foi trabalhar com o interesse do grande grupo de professores participantes ou com os interesses de cada grupo de 3 a 4 profissionais. Dessa forma, questões que ainda permaneciam sem respostas, por meio dessa forma de encaminhamento, poderiam ser esclarecidas. O desafio estava posto.

Trabalhar a Matemática a partir do interesse do grupo ou dos grupos tornou-se um princípio para o trabalho com a Modelagem. E esse interesse surgiria como? As conversas e discussões com os professores mostraram que falar sobre temas diversos, como: brincadeiras, esportes e comércio favoreciam o trabalho, alimentando e retroalimentando as discussões. Outro ponto utilizado e que passou a se constituir no segundo princípio foi o de obter as informações e os dados sobre o tema, no ambiente onde estava o interesse do grupo ou das pessoas envolvidas. Cabe ressaltar que no mestrado foram realizadas algumas atividades em paralelo, durante as quais foram abordados temas variados, como: fome, desemprego, moradia, custo de vida entre outros, o que ocasionou discussões muito mais ricas; mesmo que a adoção do tema que deu origem à dissertação de mestrado já estivesse definida, essas ideias foram ganhando força e mostrando que poderiam ser plenamente trabalhadas na fase do doutorado.

Nessa perspectiva, o trabalho com os professores participantes da experiência começava a contribuir para a consecução de alguns pontos objetivados e simultaneamente criava novos desafios diante da opção estabelecida: trabalhar com o interesse do grupo ou dos grupos. Qual o conteúdo matemático a ser trabalhado? Como encaminhá-lo? Com qual complexidade tratar o conteúdo?

Depois de várias discussões, a escolha dos temas deu-se em função de alguns aspectos: atividades econômicas da região, problemas locais, prestação de serviços e curiosidades dos grupos. Assim, os temas escolhidos foram: água e esgoto, plantação de milho, erva-mate, indústria de madeira, comércio, esporte, jogos e brincadeiras.

O desenvolvimento do curso com os professores mostrou, num primeiro momento, o potencial da Modelagem para o ensino, Contudo, pela inexperiência nessa forma de trabalhar, parecia aos professores ser possível utilizar apenas alguns conteúdos de matemática: os mais evidentes.

Percebia-se então que o professor tinha uma única preocupação: ver o conteúdo da série ou das séries em que trabalhava. Esse tipo de comportamento era esperado, tendo em vista tantos anos de um trabalho centrado no livro didático que apresenta os conteúdos em ordem linear, sob uma ótica hipotético-dedutiva.

Outras perspectivas surgiram no decorrer do trabalho dos professores, na medida em que se rompia com a concepção usual de ensinar Matemática, isto é, a aplicação pura e simples de algoritmo e fórmulas, memorização de regras e conteúdo descontextualizado. O encaminhamento do trabalho, sempre na defesa do interesse do grupo, ensejava constante atenção do pesquisador em mediar o trabalho, evitando se tornar o centro do processo. Muitas vezes, valendo-se da formulação de questões norteadoras ou da proposição de novas hipóteses para uma determinada situação, ocorria uma reorientação do processo.

As atividades com os professores, envolvendo vários assuntos, proporcionaram ao pesquisador, de forma gradativa, maior segurança para enfrentar o desafio de oferecer mais opções de temas nos cursos futuros, bem como, maior segurança aos professores para a utilização da Modelagem com os estudantes em sala de aula.

A experiência desenvolvida – a princípio, de modo que os professores vivenciassem plenamente os vários momentos da sua aplicação – proporcionou novas perspectivas para a Modelagem Matemática a partir de seu emprego pelos professores participantes junto aos estudantes.

O problema proposto foi: Verificar se o uso do método da Modelagem Matemática em que o professor, enquanto participante dessa experiência, tem a oportunidade de escolher seu próprio tema, produz ou não alguma diferença no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e na prática pedagógica do professor? O segundo momento, proposto na fase do doutorado, consistiu na aplicação da metodologia da Modelagem Matemática, em sala de aula, por um grupo de professores participantes do primeiro momento.

4.3 O desenvolvimento dos temas nas escolas: o segundo momento

A elaboração e o desenvolvimento dos temas nas escolas pelos professores participantes foi uma etapa importante. A preocupação inicial, com relação ao desenvolvimento de uma prática diferenciada como a Modelagem, foi conceder ao professor segurança para viver uma situação nova e a

oportunidade de, em um segundo momento, colocar em prática na sala de aula a experiência vivida.

O conhecimento adquirido no desenvolvimento da Modelagem em situação real de sala de aula pelos professores, com a participação do pesquisador, possibilitou condições de sanar dúvidas e inseguranças relacionadas à nova forma que rompia com a forma usual de estudo da Matemática no âmbito da escola.

O acompanhamento dos professores participantes foi importante na medida em que conferia mais segurança e confiança para o desenvolvimento da Modelagem Matemática. Esse método ensejava a adoção de uma nova postura do professor e rompia com a forma tradicional de se deflagrar o processo de ensino no qual o professor determinava o conteúdo a ser trabalhado, não possibilitando aos estudantes compartilharem do processo de ensino e, consequentemente, não permitindo que se sentissem corresponsáveis pela aprendizagem.

Os trabalhos desenvolvidos pelo grupo de professores, que se dispuseram e se sentiam em condições de iniciar a experiência nas escolas, mostraram alguns aspectos interessantes. Para a primeira experiência com a Modelagem, a maioria dos professores optou por trabalhar um único tema, com exceção de um, que se propôs a trabalhar quatro temas. Os trabalhos envolviam educandos do ensino de 1ª a 4ª e de 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental. O desenvolvimento dos projetos nas escolas teve, predominantemente, a duração de um semestre, contudo, conforme o número de aulas utilizadas e o tema escolhido pelos estudantes, em alguns casos o tempo excedeu esse período. Durante o desenvolvimento do trabalho com os profissionais e, posteriormente, quando da aplicação da Modelagem Matemática nas escolas, foram coletados dados dos professores e estudantes participantes.

Os temas trabalhados pelos estudantes foram diferentes dos utilizados pelos professores quando vivenciaram a experiência com a Modelagem Matemática. Os docentes cujos estudantes optaram por trabalhar com um único tema, escolheram-no pela maior preferência.

Assim, os temas abordados foram: Horta Escolar, Maquete da Escola, Arborização e Paisagismo, Pintura da Sala de Aula, Quadra de Esportes, Água: Extensão da Rede, O Rio, Vila Lemler, Maquete de Casa Popular e Toca da Onça.

As escolas onde os temas se desenvolveram, à época, foram: Escola Estadual Procópio Ferreira Caldas, Ensino Regular e Supletivo, Pinhão, PR; Escola Estadual Santo Antonio, Ensino de 1º Grau, Pinhão, PR; Colégio

Estadual Dr. Cândido de Abreu, Ensino de 1º e 2º Graus, Cândido de Abreu, PR; Escola Municipal Lacerda Werneck, Ensino de 1º Grau, Entre Rios, Guarapuava, PR; Colégio São José, Ensino de 1º e 2º Graus, Apucarana, PR; e Escola Municipal Hilgard Burjan, Ensino de 1º Grau, Guarapuava, PR.

4.4 Depoimentos dos professores que desenvolveram temas em suas escolas

Os depoimentos dos professores que desenvolveram os temas nas escolas foram tomados de duas formas: por escrito e por gravação. Os depoimentos escritos foram efetivados durante e os depoimentos gravados, logo após o desenvolvimento dos projetos. Em ambas as formas, percebeu-se alguns aspectos significativos para serem descritos, pois mostram o desenvolvimento de um processo de superação pessoal e de reorientação pedagógica do fazer do professor.

Durante a realização do curso, que precedeu o trabalho nas escolas, os professores trabalharam em pequenos grupos, discutindo e refletindo sobre os assuntos tratados e socializando suas experiências.

Nos grupos, as dificuldades eram discutidas com o professor pesquisador e os encaminhamentos decididos entre os participantes, o que ajudou no processo de superação das dificuldades encontradas, além de contribuir para a percepção de uma nova postura na prática educativa. Os professores consideraram que houve uma junção mais significativa de suas vidas pessoal e profissional, contudo, alguns lamentaram o tempo insuficiente para a verificação de todas as informações que julgavam necessárias conhecer.

Na maioria dos depoimentos, percebeu-se a constatação da diferença existente entre o fazer no ensino usual e o proposto pela Modelagem Matemática. Esses relatos revelaram os seguintes aspectos:

4.4.1 A insegurança diante do novo

Durante a leitura dos depoimentos, um ponto chamou a atenção: a manifestação explícita da insegurança sentida por parte de alguns dos professores participantes. Dentre as manifestações que representam essa situação, encontramos a seguinte: *"[...] o tempo que passamos juntos aos professores de curso, foi ótimo, mas... insuficiente"* [sic]. Ao referir-se ao desenvolvimento do trabalho com os alunos, o relato foi: *"A insegurança, as dificuldades pelas quais passei foram muitas e sufocantes"* [sic]. Neste sentido, verificou-se que alguns depoimentos evidenciaram uma preocupação

com a responsabilidade assumida na realização do trabalho: *"Como ele seria visto pelos pais, pelos colegas professores?"* [sic].

Verificações que revelam parte dessa insegurança sentida pelos professores estão em afirmações como: *"Encontrei muitas dificuldades, até mesmo na falta de materiais"* [sic], ou ainda: *"Gostei muito de trabalhar com a modelagem, só que tenho muitas falhas* [sic]*."* Outros pontos de vista coletados sobre a insegurança são os seguintes: "dificuldade em conciliar os conteúdos programáticos e o projeto [sic]"; "insegurança do professor em conciliar os dados levantados pelos alunos" [sic]; "Se fosse dentro do mesmo assunto seria bem mais fácil, mas só tenho 6ª séries, e acho que apesar de tudo, ainda estou imatura" [sic]; "Tenho vontade de trabalhar com Modelagem Matemática na 6ª série, mas estou imatura" [sic].

Ao eleger o "interesse do aluno" como princípio, a Modelagem Matemática rompe com a forma usual de se deflagrar o processo de ensino utilizado na maioria das escolas. Quando o professor se propõe a compartilhar o processo de ensino que usualmente é deflagrado por ele, sujeita-se a perder um pouco da sua segurança, pois depara-se com o desconhecido, não possui domínio completo da situação, dissipa a forma linear de se tratar o conteúdo matemático.

O depoimento de uma professora participante do projeto confirma essa hipótese, quando relata: *"[...] eu estava nervosa. Daí um certo dia, na escola alguém chegou para mim e perguntou o porquê de eu estar muito perturbada. A minha grande preocupação era porque continuamente eu estava pensando como é que vai surgir um tema interessante das crianças"* [sic].

Essa preocupação sentida pela professora se deu na medida em que buscava seguir o princípio da Modelagem, trabalhar com o interesse dos alunos, não impor o tema, de maneira que, a partir de conversas e discussões entre os alunos da classe, ele surgisse.

Os fatores de insegurança e preocupação destacados sem dúvida acabam por exigir uma nova postura do professor, conhecedor de suas limitações diante de situações novas e inusitadas.

4.4.2 A Modelagem Matemática contribui para tornar o professor mais reflexivo

Muitos relatos dos professores manifestaram ações desenvolvidas durante o trabalho com a Modelagem Matemática que ensejaram comportamentos reflexivos, ou seja, na ação e sobre a ação, conforme muitos dos

autores que tratam de processos reflexivos (SCHÖN, 1992). Alguns dos depoimentos confirmam: *"[...] no entanto, foi no decorrer do trabalho que surgiram dificuldades, mas parece-me que é nas horas de dificuldades que surgem oportunidades mais diversas de reflexão/ação e, consequentemente, de busca de soluções variadas"* [sic]. Em outra declaração encontramos a seguinte observação: *"No decorrer do trabalho percebi alguns pontos que poderiam ser desenvolvidos, mas que por inexperiência com o método [...]"* [sic].

A percepção de algumas falhas durante o desenvolvimento dos temas evidenciou uma ação reflexiva sobre a aplicação do método da Modelagem, o que pode ser confirmado nas manifestações destacadas a seguir:

> *Gostei muito de trabalhar com a Modelagem Matemática, só que tenho muitas falhas [sic].*
>
> *Estou certa de que hoje em dia, 'passar' em Matemática é um desafio quase intransponível para o aluno, mas a convicção de que uma mudança é possível é cada vez maior. Só isso! Tudo isso! Porém é fundamental que se questione mais sobre Educação, especialmente a Educação Matemática, passada de forma tão autoritária como verdade incontestável [sic].*
>
> *Para isso deve-se estar mais aberto, mais inquieto, mais vivo, mais poroso, mais ligado [sic].*

As entrevistas gravadas com os professores, depois da conclusão do desenvolvimento dos temas nas escolas, parecem revelar algo novo. Uma das profissionais participantes que realizou a entrevista gravada também havia feito o depoimento por escrito. No relato gravado, foi solicitado à professora que falasse de forma geral sobre o trabalho e ela emitiu a seguinte manifestação:

> *Como eu tinha um certo tempo para realizar o trabalho, isso foi minha preocupação (...). Eu pensei como é que vai surgir o interesse das crianças? Daí conversando com os alunos, deu um 'click' na Ângela e ela disse:*
>
> *- Professora, vamos pintar a sala de aula?*
>
> *Então eu aceitei. As coisas começaram a clarear um pouco, mesmo assim eu estava preocupada, insegura, porque era coisa nova para mim. Eu teria que desenvolver esse trabalho com 38 alunos: estava ali toda a minha responsabilidade (...) e com sua ajuda eu fui me familiarizando com essa forma de trabalho e me*

> *senti mais segura, e me senti mais contente quando vi que estava caminhando para aquilo que realmente era nosso objetivo: pintar a sala de aula [sic].*

Após ter vivenciado essa experiência, a professora sente que deixou algo por fazer, conforme expressa: *"Mesmo assim faltaram algumas coisas porque eu era inexperiente, então mesmo com esforços, o trabalho deixou a desejar"* [sic].

Algumas das dificuldades evidenciadas pela professora no início do trabalho pareciam superadas, se não por completo, na sua maioria. Perguntada se estaria disposta a realizar um outro trabalho com a Modelagem a professora respondeu: *"Acho que sim, porque tudo depende da gente, da nossa força de vontade, e, como os alunos são interessados, tenho certa de que teria condições, mas sem apoio o trabalho ficaria imperfeito"* [sic].

Outro depoimento que confirmou o desenvolvimento de um processo reflexivo pelo professor é o que segue:

> *O trabalho não ficou uniforme, cada grupo acabou achando a direção que convinha e a avaliação do bimestre constata também de uma nota atribuída a esse trabalho. Esse é um dos pontos que a gente não conseguiu fugir. Talvez o nosso raciocínio tradicional, com relação ao ensino, nos forçasse a atribuir algum valor para o trabalho desenvolvido* [sic].

Percebe-se um grande desafio a ser enfrentado pelo professor: superar em cada ação a forma de se encaminhar a prática pedagógica em sala de aula. A permissão de que cada grupo de alunos, no desenvolvimento de seus trabalhos, mudasse os rumos inicialmente delineados, constitui-se, sem dúvida, numa mudança de postura do professor.

Os resultados obtidos também contribuíram para essas mudanças, conforme relato do coordenador de uma das escolas onde o projeto foi desenvolvido: *"No desenrolar das atividades nesse ano, segundo os mecanismos mais tradicionais, a gente observa que a turma de 6ª série é bastante questionadora. Começa a desenvolver um assunto e já tem um garoto com o braço levantado querendo fazer uma pergunta"* [sic].

Ainda referindo-se à turma participante do projeto, afirma: *"Eles têm uma participação muito forte na aula, em função desses questionamentos que fazem. A gente observa, ainda, que a turma é muito socializada. Eles dividem os problemas"* [sic]. E sobre o aproveitamento da turma também constatou:

> *[...] uma melhora acentuada, e quando comparo essa 6ª série com outras turmas que trabalho, eu tenho notado primeiro as notas, os escores que eles têm conseguido na avaliação, em uma série de critérios que a escola apresenta, essa havia mostrado desempenho acima da média* [sic].

O referido coordenador ainda destaca:

> *[...] parece-me que o trabalho mais importante foi a motivação, a socialização da turma. Eles conseguem fazer um trabalho unido e conseguem analisar os problemas da turma, sempre em grupo, e isso tem dado resultado positivo na turma e acredito que na própria escola* [sic].

4.5 Depoimentos dos estudantes envolvidos nas atividades de modelagem

Os estudantes participantes das atividades nas escolas também manifestaram suas impressões em relação à experiência vivida. Os relatos escritos e gravados mostraram aspectos importantes nas suas colocações. A partir das leituras e análise dos depoimentos, foi possível o levantamento de alguns pontos considerados relevantes:

4.5.1 A satisfação pelo novo, pelo diferente

Os estudantes envolvidos no desenvolvimento dos temas manifestaram sua alegria e satisfação em participar de um trabalho diferente. Dentre os depoimentos coletados destacamos os seguintes:

> *Eu gostei muito do trabalho porque me ensinou a tratar muito bem a terra.*
>
> *[...] o projeto foi muito interessante, eu gostei muito de ajudar nesse projeto, pois aprendi muitas coisas: como plantar, fazer medidas, semear, enfim: adorei.*
>
> *Aprendi que a gente não planta só em casa ou na aula de ciências. Matemática também é vida.*
>
> *Achei muito bom. A sala ficou linda, com isso aprendemos a fazer troco, a conversar com as pessoas e muitas outras coisas.*

Alguns relatos enfatizam o aproveitamento das ideias de outros alunos: *"Eu achei boa e gostei da ideia da Ângela Paula"; "Eu gostei muito de vender rifa, aprendi a fazer e trabalhar com várias operações".*

Para muitos alunos a oportunidade de participar de um projeto ensejou o seguinte: *"O projeto foi uma ótima ideia porque nós aprendemos a plantar, adubar, medir, carpir e fazer gráficos. Eu acho que nunca devemos abandonar o projeto, todos colaboraram e, mais tarde vai ser útil para todos nós e a escola também".*

Outras manifestações expressaram a importância da participação, como se pode constatar no que segue:

> *"O projeto arborização foi importante para nós. Aprendemos a medir, a saber executar um projeto. Também aprendemos o cuidado que precisamos com as medidas e o preparo da terra"* [sic].
>
> *"Foi um projeto ótimo e quando a professora falou dele todos os alunos se interessaram em participar. Nós fizemos esse trabalho usando a Modelagem Matemática para medir o lote e o pezinho de muda a cada semana"* [sic].

4.5.2 O contato com a realidade

Verificou-se que alguns depoimentos revelaram uma tomada de consciência dos estudantes em relação à experiência vivida. É a consciência da condição de extrema dificuldade protagonizada por uma população carente, com falta de saneamento básico (água tratada e encanada, esgoto), de emprego, de atendimento médico, de melhores condições de habitação e de acesso às condições mínimas de dignidade humana.

Nesse sentido, dentre os depoimentos, destacamos o seguinte:

> *A Toca da Onça tem uma paisagem linda! Quem bom se a Toca da Onça tivesse casas com água tratada, tivesse esgoto, enfim, mudasse um pouco. Na Toca da Onça só tem uma torneira de água, os que moram perto dela têm sorte, porque não se sacrificam tanto, mas os que moram longe, deram azar, isso porque não é fácil subir 4 a 5 vezes e descer a mesma quantia, por dia, para buscar água, é um sacrifício enorme* [sic].

Alguns relatos descrevem as mínimas condições de uma vida digna:

> *Nós vimos que eles não têm nenhum lugar apropriado para fazer suas necessidades. Quando chove as fezes e urina vão para o rio*

> *e assim fica um cheiro desagradável. O pior é que é naquele rio que as pessoas lavam roupa e usam a água para limpeza* [sic].

Um dos trabalhos realizados que mostrou as carências de uma população era referente a uma vila em que o problema da falta de água ocasionava vários transtornos à população. Nesse projeto, foi possível perceber, através dos relatos, que os estudantes tomaram consciência da miséria, da péssima condição de vida e se mostraram sensibilizados pelas situações encontradas.

Muitos dos temas trabalhados envolveram, além dos conteúdos matemáticos, a preocupação com meio ambiente, saúde, alimentação, ética e com a responsabilidade, como mostram alguns dos depoimentos dos alunos participantes:

> *[...] um certo tempo nós estávamos tendo muito prejuízo principalmente com a alface. No primeiro canteiro tivemos 96% de prejuízo e 87% no outro. Eu gostei desse projeto porque me ensinou a trabalhar muito bem a terra.*
>
> *Nós aprendemos também muitas coisas de matemática, aprendemos a medir, pesar, medir áreas e litros de água, perímetro entre outras coisas.*
>
> *Eu achei o projeto muito bom, eu aprendi coisas maravilhosas. Eu até nem pensava que iria aprender.*

Outras manifestações mostraram a percepção dos alunos em relação ao trabalho desenvolvido, como:

> *No projeto não foi só matéria, como antes. Com o projeto a gente se soltou um pouco.*
>
> *[...] eu não cumpri o meu dever certinho, perdi a rifa que era para eu vender. Cada um pegou 10 números para vender, uns venderam, outros não.*
>
> *[...] nós também notamos que as plantas também precisam de carinho e proteção. Na vida precisamos das árvores porque sem elas não poderíamos sobreviver. Não destrua as árvores, pois elas são sua própria vida.*
>
> *[...] aprendi bastante com esse projeto. Aprendi como se faz uma sementeira de erva-mate, como plantar uma muda de erva, aprendemos o tipo de solo. É um solo argiloso.*
>
> *No projeto não foi só matéria, como antes. Com o projeto a gente se soltou um pouco.*

> *[...] eu não cumpri o meu dever certinho, perdi a rifa que era para eu vender. Cada um pegou 10 números para vender, uns venderam, outros não.*
>
> *[...] nós também notamos que as plantas também precisam de carinho e proteção. Na vida precisamos das árvores porque sem elas não poderíamos sobreviver. Não destrua as árvores, pois elas são sua própria vida.*
>
> *[...] aprendi bastante com esse projeto. Aprendi como se faz uma sementeira de erva-mate, como plantar uma muda de erva, aprendemos o tipo de solo. É um solo argiloso, é um solo Bruna* [sic].

Além dos aspectos abordados neste trabalho, com os dados coletados nos projetos realizados nas escolas, muitos outros poderiam ser enfocados mostrando demais perspectivas para a formação dos educandos.

5 A fase após o doutorado

A terceira fase da trajetória teve início ao término do doutorado e, principalmente, a partir do trabalho mais intenso no âmbito das escolas, dos cursos com os professores, das leituras e discussões sobre aspectos da epistemologia sobre a visão de Ciência, das orientações no âmbito da pós graduação *lato sensu* e *stricto sensu* e das publicações em eventos específicos da área, ações que contribuíram para a construção de uma forma de conceber a Modelagem Matemática. As publicações de Burak (1994, 1998, 2004 e 2006), explicitavam tais mudanças, inclusive ao tratar das etapas, bem como ao consolidar os princípios para o trabalho com a Modelagem Matemática.

Na fase inicial do mestrado e do doutorado a visão sobre a Modelagem recaía na visão mais usual da Matemática Aplicada, com as etapas da modelagem constituídas pela: 1) escolha do tema; 2) ação exploratória; 3) formulação do problema ou especificação do interesse; 4) construção do modelo (equacionamento do problema); e 5) validação do modelo; conforme Burak (1992).

Essa forma de conceber as etapas pode, ainda, ser usada em outros níveis de ensino quando o objetivo é fazer uso das ferramentas matemáticas, isto é, na aplicação do conteúdo matemático, como, por exemplo, a perspectiva utilizada por Bassanezi (2004) e Biembengut (1999). Entretanto, o trabalho com os professores na Educação Básica, coloca-se como uma nova realidade que é a construção do conhecimento, em particular, a construção do conhecimento matemático por sujeitos que não dominam ferramentas matemáticas.

Portanto, a Modelagem Matemática na perspectiva do ensino e da aprendizagem toma configurações diferentes frente aos objetivos de tornar o ensino mais dinâmico e mais significativo, orientado por uma concepção de Educação Matemática pautada nas Ciências Humanas e Sociais (BURAK; KLÜBER, 2007). Nessa visão "a Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões" (BURAK, 1992, p. 62). Tal esclarecimento permite evidenciar diferenças da Modelagem praticada no âmbito das Ciências Naturais e Exatas, haja vista que sua preocupação está centrada no ensino e na aprendizagem da Matemática.

Sob essas condições, as etapas[2] sugeridas para o encaminhamento em sala de aula do trabalho com a Modelagem têm respaldo no trabalho com os professores em uma perspectiva antropológica, ou seja, com características que emergiram do contexto trabalhado. Elas têm sido utilizadas por outros pesquisadores de Modelagem, como: Bisognin E.; Ferreira; Bisognin V. (2007); Iaronca; Rays; Bisognin V. (2008) e Rozal (2007), que, mesmo adotando uma visão de Modelagem Matemática diferente, fazem uso das etapas propostas por Burak (1998 e 2004), quais sejam: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento do(s) problema(s); 4) resolução do(s) problema(s) e o trabalho dos conteúdos matemáticos no contexto do tema; e 5) análise crítica da(s) solução(ões).

Mais recentemente, um trabalho de dissertação de mestrado mostrou a potencialidade dessa forma de encaminhamento, não apenas na Matemática, mas em outras áreas, como a Física, haja vista que um dos aspectos que a Modelagem Matemática favorece e valoriza é a visão mais abrangente de uma situação, não somente nos aspectos da Matemática, mas também na possibilidade de estudos interdisciplinares.

Os resultados apontados mostram o potencial metodológico da Modelagem para o ensino, entretanto, há ainda a necessidade de os professores incorporarem, de forma mais explícita, aspectos teóricos relativos ao ensino e à aprendizagem. Além de uma visão mais clara de Conhecimento, Educação, Ciência e Currículo.

6 Considerações finais

A Modelagem Matemática continua a angariar adeptos pelas suas possibilidades metodológicas, pela visão ampla que proporciona em relação

[2] As etapas sugeridas, para encaminhamento do trabalho com a modelagem em sala de aula, são melhor detalhadas nos capítulos subsequentes, principalmente no capítulo 5 desta coletânea.

a um assunto, pela visão de totalidade, por envolver de forma natural e indissociável o ensino e a pesquisa e pela possibilidade de, por meio dela, almejar-se um dos principais objetivos da educação: o desenvolvimento da autonomia do educando. E, também, porque satisfaz as necessidades de um ensino da Matemática mais dinâmico, revestido de significado nas ações desenvolvidas, tornando o estudante mais atento, crítico e independente.

Nesse método, a construção do conhecimento matemático é favorecida pelas inúmeras possibilidades de um mesmo conteúdo ser visto várias vezes no decorrer do desenvolvimento de um tema. Em relação ao ensino da Matemática, as novas Diretrizes Curriculares Nacionais e particularmente as do Estado do Paraná vêm, em grande parte, ao encontro dessa forma concebida para a Modelagem, ou seja, um trabalho mais dinâmico, mais vivo e mais significativo para o estudante. A crescente adoção dessa forma de ensinar matemática é percebida na formação de grupos de trabalho em revistas de divulgação da Educação Matemática e na realização de eventos específicos regionais e nacionais relativos à Modelagem Matemática, independentemente de suas matizes e nuances.

Referências

BASSANEZI, R. C.; MEYER, J.F.C. **Modelo alternativo para a exploração de recursos renováveis**: relatório IMECC. Campinas: Unicamp, 1983.

BASSANEZI, R. C. Modelagem como metodologia de ensino de matemática. In: VII CIAEM, 7, 1987, Santiago. **Anais...** Santiago. 1987.

______. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia, 2.ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática.** Blumenau: Ed. FURB, 1999.

BISOGNIN, E.; FERREIRA, M. V.; BISOGNIN, V. Uma experiência com a modelagem matemática em curso de formação de professores. In: Conferencia Nacional sobre Modelagem na educação matemática - V CNMEM, 5, 2007, Ouro Preto, MG. **Anais...** Modelagem matemática nas diferentes práticas sociais, Ouro Preto: UFOP, 2007. p. 1-10

IARONKA, C. F.; RAYS, O. A.; BISOGNIN, V. et al. Aprendizagem Significativa de Funções através da Modelagem Matemática. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática – III EPMEM, 3,

2008, Guarapuava, PR. **Anais...** Perspectiva da Modelagem Matemática no Ensino. Guarapuava: UNICENTRO, 2008. p. 39-55.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. Rio Claro-SP, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho –UNESP, 1987.

______. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino- aprendizagem. Campinas-SP, 1992. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 1992.

______. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no ensino fundamental e secundário. **Revista Zetetiké.** Campinas, vol. 1, ano 2, nº 2, p. 47-60, 1994.

______. Formação dos pensamentos Algébrico e Geométrico: uma experiência com a modelagem matemática. **Pró-Mat. Paraná**, Curitiba, v.1, nº. 1, p. 32-41, 1998.

______. A Modelagem Matemática e a sala de aula. In**:** Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática - I EPMEM, 1, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

______. Modelagem Matemática: avanços, problemas e desafios. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, – II EPMEM, 2, 2006, Apucarana, PR. **Anais...** Modelagem Matemática: Práticas, Críticas e Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática: Apucarana: FAP, 2006. p. 1-9.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática e seu ensino na Educação Básica. In: V Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática - V CNMEM, 5, 2007. Ouro Preto, MG. **Anais...**. A Modelagem Matemática nas diferentes práticas sociais. Ouro Preto: UFOP, 2007. p. 907-922.

D`AMBROSIO, U. **Da realidade à ação.** Campinas: Unicamp, 1986.

ROZAL, E. F. **Modelagem Matemática** e os temas transversais na Educação de Jovens e Adultos. Belém, PA, 2007. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática) –, Universidade Federal do Pará –UFPA, 2007.

SCHÖN, D.A. Formar professores reflexivos. In: NÓVOA, A (org.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Don Quixote, pp. 77-92, 1992.

2

Modelagem Matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino

Tiago Emanuel Klüber

1 Introdução

A Modelagem Matemática enquanto uma prática educativa no contexto da Educação Matemática é relativamente recente em nosso país, tem cerca de 25 anos. Dentre as diversas concepções praticadas no Brasil, destacaremos a de Burak, educador/pesquisador que direciona suas investigações em modelagem para a Educação Básica.

Outras concepções de Modelagem – como, por exemplo, a de Barbosa (2001), que a concebe como um ambiente de aprendizagem; Bassanezi (2002) e Biembengut (1990, 1999), que a entendem como um método de pesquisa, oriundo da Matemática Aplicada, apenas com algumas variações para o ensino e para a aprendizagem da Matemática; e Caldeira (2004), que a tem como um sistema de ensino e de aprendizagem – não serão foco de discussão neste capítulo, pois algumas diferenças em termos epistemológicos e filosóficos acerca dessas concepções podem ser encontradas em Klüber (2007).

A escolha dessa concepção e não de outras se deu em virtude do trabalho desenvolvido no Grupo de Pesquisa em Educação Matemática da Universidade Estadual de Ponta Grossa, UEPG. Na ocasião, tínhamos interesse em observar alguns aspectos da produção das dissertações orientadas por Burak, coordenador do Grupo, além de considerarmos importante visualizar alguns aspectos que não tinham sido objeto de discussão dos autores das dissertações. As duas dissertações analisadas, Gomes (2002) e Soistak (2006), se constituíam nas duas últimas orientações de Burak com Modelagem Matemática em nível *stricto sensu*, por isso, consideradas por nós como material significativo.

Em decorrência da escolha dessas duas dissertações, o objetivo deste capítulo consiste em interpretar e explicitar aspectos concernentes a: 1) construção e o desenvolvimento de conceitos e dos conteúdos matemáticos – os quais ocorrem de forma dinâmica e na busca de uma relação de cooperação entre o educador e o educando; 2) contextualização das situações – entendida aqui como a relação entre os conteúdos e temas nos diversos contextos, sejam eles o social, o econômico, o cultural, da própria Matemática, e outros; 3)

integração com outras áreas do conhecimento – muito próxima a uma atitude interdisciplinar, pois permite o diálogo da Matemática com outros campos; 4) socialização favorecida pelo trabalho em grupo – compreendida como o processo de interação entre os estudantes, o educador e a sociedade como um todo; e 5) ruptura com o currículo linear – que se constitui em umas das características mais importantes da Modelagem, pois com ela, não são os conteúdos que determinam o problema, mas o contrário.

Salientamos que os aspectos elencados acima emergiram após algumas discussões no âmbito do grupo de pesquisa, e de alguma maneira da leitura assistemática de trabalhos de modelagem e das próprias dissertações analisadas. Esses aspectos foram sistematizados posteriormente quando da escrita deste capítulo. A leitura das dissertações escolhidas, Gomes (2002) e Soistak (2006), foi feita à luz desses aspectos, uma vez que foram orientadas por Burak.

Assim, a questão a que nos propomos responder é: *Os aspectos evidenciados nas discussões do grupo e pela leitura assistemática de trabalhos de modelagem emergem das descrições das dissertações orientadas por Burak?*

Para responder efetivamente a questão proposta, optamos pela seguinte estrutura: considerações sobre a Modelagem, conforme proposto por Burak (1987, 1992, 1998, 2004 e 2006) em sua dissertação, tese e investigações posteriores, esclarecendo as etapas sugeridas; e apresentação dos aspectos analisados, os quais são interpretados em subseções que contemplam os cinco aspectos expostos acima.

Ressaltamos que a nossa experiência como pesquisadores em Modelagem Matemática, como adeptos dessa concepção, influenciou as interpretações contidas neste capítulo. Por fim, teceremos considerações gerais sobre os assuntos abordados no capítulo, buscando clarificar os aspectos acima descritos, para que professores, educadores, pesquisadores e outros interessados possam constituir uma massa crítica para discutir possibilidades da utilização da Modelagem.

2 Considerações sobre a Modelagem na perspectiva de Burak

Para o desenvolvimento de uma atividade com Modelagem Matemática Burak (1998, 2004 e 2006), sugere cinco etapas: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; e 5) análise crítica das soluções. Essas etapas devem sempre ser encaminhadas levando-se em consideração os dois princípios propostos pelo

autor: 1) o interesse do grupo; e 2) a obtenção de informações e dados do ambiente, onde se encontra o interesse do grupo.[1] Durante todo o processo da Modelagem, a postura do professor é primordial, pois assume o papel de mediador, orientador e problematizador.[2]

Na escolha do tema o professor pode apresentar aos estudantes alguns temas e incentivar os próprios alunos a sugerirem aqueles que lhes sejam do interesse. O tema escolhido pode não ter nenhuma ligação imediata com a Matemática ou com conteúdos matemáticos. Pode ser enquadrado nas mais diversas atividades, como as agrícolas, industriais, de prestação de serviços ou temas de interesses momentâneos, que estão na mídia; brincadeiras, esportes, política, dentre outros.

Na pesquisa exploratória, após a escolha do tema, os estudantes e o educador buscam dados a partir de materiais e subsídios teóricos, técnicos, informativos dos mais diversos, nos quais contenham informações e noções sobre o tema que se quer investigar/pesquisar. A pesquisa[3] de campo é fundamental, pois o contato com o ambiente é um ponto importante do trabalho com a Modelagem e ajuda o educando a desenvolver aspectos formativos e investigativos.

No levantamento dos problemas, de posse dos dados coletados na fase anterior, os estudantes são incentivados a levantar questões pertinentes ao tema. Os problemas na perspectiva da Modelagem apresentam-se com características diferentes do livro texto, são abertos, são elaborados a partir dos dados, e são contextualizados, como por exemplo: qual o custo de uma casa de $70m^2$? Esse tipo de problema enseja vários subproblemas. No exemplo dado, os subproblemas poderiam ser: qual o custo do telhado? Qual o custo do piso da construção? Qual o custo dos tijolos? Entre outros.

Assim, cada decisão tomada em relação aos tipos de materiais, à metragem, à arquitetura, ensejaria vários subproblemas e o possível desenvolvimento do conteúdo matemático. Essa fase da Modelagem é muito rica, pois permite ao aluno desenvolver a capacidade de tomar decisões, de formular hipóteses, de questionar as várias possibilidades de resolução de um mesmo problema.

---

[1] Podem ser coisas próprias do ambiente próximo, ou externas, justamente por ser contextual. Assim, ambiente pode ser entendido como o contexto escolhido pelos alunos. Como por exemplo, temas televisivos, futebolísticos e outros.

[2] O professor mediador não é no sentido de transmissão, como aquele que sabe os conteúdos e repassa aos alunos, apenas sendo uma "ponte" para os conteúdos. Mediador é tomado de forma interacional, ou seja, considera o que os alunos sabem e a partir do que ele, professor, sabe estabelece um diálogo de aprendizagem.

[3] Pesquisa em sentido de busca, de investigação, com princípio cientifico e educativo.

Na resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema proporciona-se a abertura para a busca de respostas aos problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser apreendido a partir dos problemas, por meio de exemplos simples e até mesmo de forma empírica, para posteriormente ser sistematizado.

No trabalho com a Modelagem faz-se um caminho inverso daquele utilizado no ensino mais usual. Nesse, apenas os conteúdos determinam os problemas, na Modelagem os problemas podem determinar os conteúdos a serem usados para resolver as questões oriundas da etapa anterior.

Nessa etapa os conteúdos matemáticos passam a ter significado e, no decorrer do processo, podem surgir os modelos matemáticos, porém, a construção de modelos não é a finalidade principal dessa concepção de Modelagem, que objetiva explicar matematicamente situações do cotidiano das pessoas, ajudando-as a fazer predições e tomar decisões, sem necessariamente a construção de modelo matemático (BURAK, 1987, 1992, 1998, 2004).

No trabalho com a Modelagem no nível considerado (Educação Básica), a construção dos modelos surge para se ampliar uma ideia, generalizar uma situação, e algumas vezes para se resolver uma situação-problema. Na Modelagem, nessa forma de concebê-la, o conceito de modelo é ampliado para entendê-lo como uma representação, podendo valer-se de vários tipos de representações, como: fórmulas, tabelas de preços, equações já conhecidas, gráficos, plantas baixas de uma casa, dentre outras. Portanto, são pelo menos três maneiras de se entender os modelos: 1) modelos já prontos; 2) modelos matemáticos construídos para a resolução dos problemas; e 3) modelos não matemáticos. Dessa forma, uma lista de supermercado pode ajudar a tomar decisões e a fazer predições.

A análise crítica das soluções é a etapa marcada pela criticidade, não apenas em relação à Matemática, mas em outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas, que muitas vezes são lógica e matematicamente coerentes, porém inviáveis para a situação em estudo. É uma etapa que favorece a reflexão acerca dos resultados obtidos no processo e como esses podem ensejar a melhoria das decisões e ações. Contribui para a formação de cidadãos participativos, mais autônomos e que auxiliam na transformação da comunidade em que participam, pois terão a matemática como mais uma 'aliada' no processo de avaliação das condições sociais, econômicas, políticas e outras.

Explicitadas as etapas sugeridas por Burak (1987, 1992, 1998, 2004, 2006) para a Modelagem Matemática, passaremos ao esclarecimento da constituição dos aspectos e das interpretações apresentadas.

3 Os aspectos e as dissertações analisadas

Como já explicitado na introdução, a escolha das dissertações que foram analisadas se deu em virtude de uma discussão no âmbito do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática. Durante algumas reuniões debatemos sobre alguns aspectos que poderiam ser analisados nas dissertações orientadas por Burak, em decorrência das leituras assistemáticas que tínhamos realizado desses trabalhos. Na ocasião elencamos os aspectos e retomamos a leitura das últimas dissertações de modelagem orientadas por esse autor até 2006. Então, as dissertações de Gomes (2002) e Soistak (2006) tornaram-se objeto de nossa análise.

Por uma opção de apresentação do texto, neste capítulo, os aspectos analisados nas duas dissertações constituem as subseções desta seção. Assim, torna-se mais fácil a compreensão sobre o que nelas é abordado.

Buscamos estabelecer um diálogo com alguns autores que abordam os aspectos destacados. Ressaltamos que as interpretações foram elaboradas tendo em vista os referidos aspectos, sem levar em consideração a vertente teórica dos autores, dessa maneira eles contribuem para o debate, porém, as explicitações teóricas não são fechadas em termos de um referencial teórico pré-definido.

Mesmo os aspectos sendo apresentados separadamente, em cada subseção há fortes interseções entre eles, pois a contextualização pode favorecer a construção do conhecimento, a integração com outras áreas do conhecimento, a ruptura com a linearidade do currículo e, ainda, a socialização entre educador e educando, educando e educando, escola e educando, entre outras relações. Por conseguinte, aparecerão argumentos em uma subseção que é justificada pela outra e assim por diante, considerando um movimento de interdependência entre os distintos aspectos.

3.1 Construção e o desenvolvimento de conceitos e dos conteúdos matemáticos

A concepção de conhecimento, do ponto de vista cognitivo, se apoia em pressupostos construtivistas, interacionistas e de aprendizagem significativa, sugeridos por Burak (1998). Do ponto de vista epistemológico, considerar a construção do conhecimento e a interação que o sujeito exerce sobre o objeto

de conhecimento é fundamental para uma atividade de Modelagem. Dessa forma, educando e educador são considerados sujeitos ativos do processo de ensino e de aprendizagem, o que se efetiva a partir de uma comunicação dialógica em sala de aula.

Nesse sentido, procura-se valorizar o que o educando já sabe e traz em sua bagagem de conhecimento, conforme Becker (1993) e Aragão (1976), e o meio social em que convivem o educador e educando com suas diferenças culturais, econômicas e outras (MOYSÉS, 1997). Por isso, consideramos a Modelagem como uma facilitadora da construção do conhecimento e de conceitos matemáticos.

Tais pressupostos conduzem ao desenvolvimento dos conteúdos matemáticos em acordo com as capacidades cognitivas dos sujeitos, levando-se em consideração o tempo de aprendizagem. Por essa razão, não segue a rigidez do livro didático e muito menos o conteúdo definido simplesmente pelo professor. Os conceitos surgem na medida em que se faz necessária a sua explicitação, o seu auxílio para a resolução das situações problema.

O excerto a seguir, permite compreender a presença dessas características na atividade de Modelagem. Soistak (2006, p. 68) afirma que os alunos da 1ª série C, do Ensino Médio Profissionalizante em Agropecuária, de uma escola de Ponta Grossa, Paraná, levantaram o problema da análise da variação dos preços e quantidades de soja produzida: "Assim houve necessidade de aprofundar o assunto de porcentagem e regra de três [...]". Interpretamos que nessa situação ocorreu a necessidade de uma revisão que não foi estabelecida *a priori*, mas que apareceu como oportunidade de reconstrução de conceitos, agora com significado no contexto. Esse conteúdo, que já deveria ser de domínio dos estudantes, teve de ser retomado, porém, diante da necessidade de resposta à situação emergida em sala de aula.

Outro conteúdo matemático que pôde ser desenvolvido e que tinha correlação ao nível educacional trabalhado – o Ensino Médio – a partir do tema "a cultura da soja", foi o de funções. Tal conteúdo apareceu após os educandos constatarem que em relação à soja "[...] a produtividade média nas lavouras brasileiras se mantém em 800 kg/ha". (SOISTAK, 2006, p. 69). Funções lineares foram estudas pela simples percepção de pesquisador e participantes de que com a variação da área plantada a quantidade de grãos colhidos também varia. Esse trecho elucida que a Modelagem quando encaminhada pelos pressupostos de construção, interação e aprendizagem significativa, pode favorecer um ensino de conteúdos que foge a simples memorização e repetição, pois os problemas que emergem solicitam um

maior domínio por parte dos educandos, bem como exige uma aprendizagem de conceitos e conteúdos matemáticos com significado.

Já na 1ª série A, além dos conteúdos acima mencionados, foi possível de ser trabalhado o conteúdo de funções compostas. Surgiu da observação de que a "[...] receita obtida é encontrada através da função de sacas colhidas, e essa através da área plantada"[4] (SOISTAK, 2006, p. 85). Essas situações permitiram a construção de conceitos importantes a partir das investigações realizadas, sem definições prévias, assim, pode-se aproveitar o que os educandos já sabiam sobre o tema pesquisado, avançando na compreensão de novos conceitos.

As equações de segundo grau puderam ser estudadas a partir de desenhos de terrenos para que se fizessem projeções para o plantio. E, buscando aproveitar ao máximo as medidas de um terreno, puderam estudar funções quadráticas, as quais possibilitam encontrar pontos de máximo e mínimo.

Gomes (2002)[15] parte das atividades desenvolvidas em Modelagem na disciplina de Hidráulica Agrícola para a 3ª série do Curso Superior de Agronomia cujo tema central desenvolvido foi "água na agricultura". Desse, outros subtemas puderam ser trabalhados sempre com a participação efetiva dos acadêmicos.

A construção de conhecimentos matemáticos no trabalho de Gomes não ficou tão evidente quanto no trabalho de Soistak, justamente por não focar a Matemática. Porém, a autora esclarece que os alunos se interessavam muito pelas discussões levantadas em sala de aula e que isso contribuía para que eles pudessem juntamente com ela construir o seu conhecimento. O fato de os alunos poderem expressar as suas angústias, inquietações e participarem ativamente do processo de ensino e de aprendizagem é sem dúvida um indicativo que favorece a construção do conhecimento.

Mais especificamente sobre o conteúdo matemático, Gomes (2002) explica que durante a resolução de problemas propostos para a disciplina de Hidráulica Agrícola, os discentes tiveram muitas dúvidas com relação aos conteúdos de unidades de medidas e números decimais. Sendo assim, ela pôde mostrar nas atividades por eles desenvolvidas as possíveis aplicações do conteúdo de unidades de medidas, e que as operações com números decimais eram importantes, reafirmando o já explicitado: que na Modelagem

[4] Função referente ao número de sacos de 60 kg colhidos em relação à área plantada: $s(x) = 12x$; função que se refere à quantidade de sacos colhidos e seu valor para venda: $r(x)\ 35x - 100$; função composta encontrada: $r[s(x)] = 35(12x) - 100$ ou $r[s(x)] = 420x - 100$. [15] O trabalho foi desenvolvido no Ensino Superior, porém os encaminhamentos metodológicos utilizados foram os mesmos propostos por Burak (1998) para a Educação Básica.

os problemas levantados durante o processo é que determinaram o conteúdo matemático a ser desenvolvido.

3.2 A contextualização

Conforme Morin (2001; 2007), contextualizar é unir a parte ao todo e o todo à parte, não somando partes para compor o todo, antes é uma interdependência das partes com o todo e do todo com as partes. Assim, evita-se uma especialização excessiva, que separa os conteúdos e o conhecimento do seu significado, que é enraizado no contexto em que foi produzido. Etimologicamente a palavra “contexto” significa enraizar a referência no texto do qual foi extraído, pois longe dele, a referência perde uma parte substancial de seu sentido.

No âmbito da Educação Matemática, Moysés (1997, p. 68) diz que o contexto “[...] permite que não se perca o fio condutor ao se resolver um problema de matemática”. Por isso, ele mantém o sentido do todo e das operações mentais que são particulares. Afirma, ainda, que através do contexto o educando está mais apto a resolver um problema adequadamente e a também utilizá-lo em novas situações de sua vida.

Tomando a contextualização como uma postura e uma oportunidade de busca do significado daquilo que se aprende e se faz, os trechos abaixo procuram evidenciar possíveis aproximações de uma contextualização através da Modelagem.

A contextualização aparece logo no início da descrição do trabalho de Soistak (2006, p. 67). Fica evidenciada desde a escolha do tema: “a cultura da soja”, escolhido pelos estudantes da 1ª série C após a discussão e sugestão de vários temas ligados ao curso, como por exemplo: “[...] criação de bovinos, cavalos, aves, agricultura, soja, milho, clonagem de animais [...]” Esse processo de contextualização não se deu de maneira abrupta, ou como uma atividade “forçada”, deu-se de forma natural, veio ao encontro dos interesses do grupo que estudava. A proposta de trabalhar com Modelagem permitiu atender de maneira mais efetiva as necessidades dos estudantes do ensino médio profissionalizante.

Outro ponto referente à contextualização ocorreu quando os educandos dessa mesma turma procuram saber os valores de mercado praticados para a venda da soja. Eles puderam estudar a cotação do dólar em relação ao real e a outras moedas, dando significado aos conteúdos de proporção e sistema monetário, que muitas vezes são obscuros. Com essa atividade, a Matemática ganha um sentido humano e com referência na realidade social.

Evidentemente que a própria estrutura matemática bastaria para explicar as suas operações e relações internas, porém, não são suficientes se não se tornam instrumento do educando. Portanto, entender o papel social da Matemática, além de contextualizá-la, fortalece o movimento transdisciplinar, que, por sua vez, ajuda no enfretamento das situações tão adversas no mundo atual.

O contexto, então, não é apenas aquele em que o indivíduo ou grupo está inserido, mas também é o mundo em que ele vive e convive, influencia e é influenciado. Dito de outra maneira, o conteúdo matemático foi contextualizado, o que permitiu avaliar o contexto do mercado,[5] as diferenças, as discrepâncias e outras variáveis do gênero. Permitiu extrapolar o simples contexto da Matemática com característica mais internalista e encontrar relações em outros âmbitos de significado, como o econômico.

Esse tipo de contextualização oferece significado aos conteúdos matemáticos que surgem no processo da Modelagem a partir das necessidades de pesquisa que essa prática educativa proporciona. Assim, os conteúdos mantêm estreita ligação com o contexto dos alunos, professores, escola e sociedade.

Ao longo do trabalho desenvolvido por Soistak (2006) houve necessidade de mudança para reorientar o processo. A principal mudança ocorreu no sentido de os estudantes poderem desenvolver uma pequena plantação de soja na propriedade do colégio em que estudavam.

Essa situação devolveu o interesse aos participantes da pesquisa e ofereceu condições concretas de investigação. Os estudantes buscaram inúmeras informações para dar conta da seguinte situação: "[...] fazer o levantamento do que precisa e de quanto precisa para plantar soja numa área limitada por 2 km de perímetro" (SOISTAK, 2006, p. 70).

Esse tipo de situação não possui respostas fechadas, prontas, que apenas um modelo ou fórmula matemática resolve. Necessita de um pensamento mais qualitativo, abrangente e, por conseguinte, que outras questões subjacentes sejam enunciadas e respondidas. Questões do tipo: que unidades de medida são utilizadas para o plantio? O quilômetro? O metro? O alqueire ou hectare? Quais as diferenças e as relações entre elas? Do ponto de vista matemático, a relação entre o perímetro e a área pode ser estudada de diferentes maneiras, uma vez que não há uma dependência entre essas duas dimensões. E assim por diante.

Muitas semelhanças ao acontecido na 1ª série C, descritas no trabalho de Soistak (2006), ocorreram com a 1ª série A, na qual o tema escolhido pela

[5] Mercado em sentido genérico, para designar a venda da soja.

maioria foi novamente ***A cultura do soja***. Da mesma forma, outros temas foram sugeridos, como: a criação de bovinos, suínos e equinos; a cultura da soja e do milho; e ainda outros que nada tinham a ver com o contexto escolar,[6] como o futsal (futebol de salão) e a cesta básica.

A contextualização referente aos conteúdos matemáticos também se deu acerca dos padrões de medida estabelecidos atualmente. Fizeram-se comparações do metro com as medidas não oficiais (palmo, braça, cúbito, dentre outras), das quais muitas eram conhecidas pelos estudantes, uma vez que eram, em sua maioria, filhos de camponeses que utilizavam tais medidas.

Uma investigação histórica sobre o surgimento da medida padrão (o metro) também pode ser efetuada pelos estudantes. Esses tiveram a oportunidade de saber a origem de tal medida e de qual material ela era feita. Inclusive sabendo que a medida inicialmente padronizada era uma barra confeccionada por 90% de platina e 10% de irídio, com densidade 21,53, que foi substituída mais tarde por uma medida baseada no comprimento de onda radioativa emitida pelo gás denominado criptônio.

Na dissertação de Gomes (2002, p.54) há uma fala de um acadêmico que diz: "É bem melhor quando a gente 'descobre' a importância do que vamos estudar." Outro momento em que fica explícita a contextualização do conteúdo de Física é quando um outro discente diz: "Não pensei que fosse usar física, numa situação tão comum". (Ibidem, p. 67). Um dos grupos formados para a apresentação dos seminários já trabalhava com a irrigação e, por isso, pôde aproveitar os conhecimentos que os integrantes já possuíam e fazê-los ir além, incentivando-os e estimulando-os a buscarem mais informações e mais conhecimento.

3.3 Integração com outras áreas do conhecimento

A integração com outras áreas do conhecimento é chamada muitas vezes de interdisciplinaridade, que é, antes de tudo, uma postura dialógica em relação a outras áreas de conhecimento, não é uma simples aplicação de conceitos de uma área para outra de maneira forçada. O movimento interdisciplinar permite a apropriação de conceitos e conhecimentos de outra área. Essa troca é que faz crescer o conhecimento nas diferentes áreas, por isso é considerada tão importante, inclusive para o âmbito escolar. Machado (1995, p. 193) explicita que

> [...] a interdisciplinaridade é hoje uma palavra-chave para a organização escolar; pretende-se com isso uma intercomunicação

[6] Contexto de uma escola profissionalizante em Agropecuária.

> efetiva entre as disciplinas, através da fixação de um objeto comum diante do qual os objetos particulares de cada uma delas constituem subobjetos.

Por entendermos que o tema fixado nas atividades de modelagem pode se tornar objeto comum para diferentes áreas, é que destacamos mais alguns excertos do trabalho de Soistak (2006) nos quais ficam clarificadas algumas interseções com outras áreas do conhecimento através do tema, como por exemplo, com a História. Os alunos fizeram um resgate histórico da padronização do metro como uma unidade de medida.

Como a interdisciplinaridade, segundo Fazenda (1993, p.71), é uma atitude possível frente ao conhecimento e não uma simples citação de outras áreas, o envolvimento de professores de outras disciplinas para a resolução dos problemas indica que uma atividade de modelagem pode conduzir à integração com outras áreas do conhecimento. Esse foi o caso do "[...] técnico agrícola [...] da agrônoma e também professora do colégio da disciplina de horticultura". Esses profissionais contribuíram com as atividades de Modelagem e ajudaram a esclarecer dúvidas referentes ao plantio. Entretanto, como Soistak não tinha interesse em verificar a interdisciplinaridade, ela não descreve nenhum fato que pudesse caracterizar uma maior integração entre as áreas, principalmente nessa participação de professores de disciplinas. Porém, é inegável a aproximação das áreas e das subáreas.

O momento mais evidente da descrição do trabalho de Gomes (2002), que se refere à integração com outras áreas do conhecimento, aparece na apresentação dos artigos selecionados pelos alunos para a apresentação nos seminários "[...] além dos tópicos ligados à hidráulica, entraram questões ligadas à saúde [...] produtos orgânicos e convencionais, indo mais além ao envolver os transgênicos". (GOMES, 2002, p. 60). Tópicos como: legislação atual, direito e até mesmo órgãos do governo foram contemplados nas discussões, transpondo a barreira disciplinar e fragmentada de uma disciplina.

Questões ecológicas e ambientais foram abordadas, bem como aspectos de implicações econômicas, conscientização, racionamento, comércio da água, se fizeram presentes durante o processo de Modelagem Matemática.

3.4 Socialização favorecida pelo trabalho em grupo

Considerando juntamente com Delval (2001) que uma das principais funções da Escola é a socialização dos alunos, fazendo com que eles participem da vida social, relacionem-se com os seus pares e adquiram formas de interação com os outros, é que justificamos destacar nessa categoria os

momentos que caracterizam os atos de socialização presentes nos trabalhos de Modelagem.

A socialização no trabalho de Soistak (2006) deu-se já na escolha do tema, tanto para a 1ª série C como para a 1ª série A. A interação entre professor e estudante caracterizou-se em um processo social dialógico, no qual ambas as partes têm a possibilidade de expressar seus pontos de vista. O "silêncio" da sala de aula foi quebrado, pois ocorreram inúmeras discussões entre os estudantes "[...] Durante a exposição de cada tema houve muita discussão entre os alunos, alguns defendendo o que propuseram e outros mudando de opinião, achando os outros mais interessantes" (Ibidem, p. 67).

Igualmente, na experiência de Gomes (2002, p. 58), os alunos puderam socializar os conhecimentos sobre o tema "água na agricultura": "[...] cada equipe antes de entregar o artigo referente à pesquisa solicitada na aula anterior [...] deveria fazer um comentário quanto à importância do assunto selecionado" [sic]. No momento das apresentações dos artigos e discussões em grupo, os alunos não queriam parar o debate nem mesmo após o término da aula: "Terminamos a aula em função do avanço da hora, mas vários alunos reclamaram porque queriam continuar com o debate". (Ibidem, p. 61).

E ainda, a atitude dos acadêmicos modificou-se, eles iniciavam as discussões acerca do tema, sem que a responsável pela turma pedisse que eles o fizessem: "[...] entraram com vontade, animados, já perguntando sobre o assunto que iria ser visto e anunciando que estavam caprichando no trabalho dos seminários" (GOMES, 2002, p. 79).

No decorrer das apresentações das pesquisas realizadas e descritas na dissertação de Soistak, houve a socialização dos dados através de tabelas e outras fontes. Eles fizeram questionamentos e foram questionados: "[...] os próprios alunos levantaram o problema de saber analisar a variação de preços e das quantidades produzidas" (Ibidem, p. 68).

O trabalho em grupo reforçou o processo de interação social, haja vista que tinham a necessidade de se reunirem para a elaboração de suas apresentações e discussão sobre os vários aspectos inerentes ao trabalho. Reunidos em grupo eles partilharam ideias e fizeram recorrência aos conteúdos matemáticos. Sobre isso, Soistak (2006, p. 77) diz que "[...] os alunos reuniram-se em grupos e realizaram transformações de medidas referentes à medida das propriedades que cada aluno possui". Na perspectiva de Vygotsky, segundo Camargo (1999, p. 67), se deve compreender "[...] a interação no processo de ensino-aprendizagem como aquela que, estabelecida entre professor-aluno e aluno-aluno, se proporciona a aprendizagem."

E por fim, num estudo sobre aplicações das funções em relação ao tema "a cultura do soja", os estudantes fizeram suas considerações sobre o conteúdo matemático. Depois de reunidos em grupo, os estudantes apresentaram aos demais colegas sua situação-problema e o seu estudo, sendo que tais apresentações geraram várias discussões e análises em relação ao conteúdo de funções, quanto à sua forma e validade em situações reais (SOISTAK, 2006).

3.5 Ruptura com o currículo linear

Para Machado (1995), o maior problema com relação às disciplinas escolares não é a construção do conhecimento, mas sim a linearidade acerca da apresentação dos conteúdos, que fica impregnada no currículo como um dogma e dificulta em grande parte o desenvolvimento dos conceitos, solicitando uma ordem, um encadeamento lógico que obrigatoriamente necessita de pré-requisitos e, cognitivamente, desconsidera o tempo de aprendizagem dos estudantes. Assim, esse autor afirma que é necessário romper com tal tipo de concepção de currículo. Concordamos com ele e explicitamos que essa visão de currículo está em grande parte fundamentada em uma visão ingênua de conhecimento, que conclui que ele se desenvolve de maneira progressiva, sem história e sem embates.

Essa ideia de linearidade não dá conta da complexidade do currículo e da construção do conhecimento. Parafraseando Skovsmose (2007), compreendemos que ao desconsiderar as múltiplas relações que ocorrem no processo educativo, esse currículo pressupõe apenas um sujeito epistêmico. Ou seja, apenas um ser intelectual, sem emoções, isso quando há espaço para o sujeito epistêmico, pois em uma visão de currículo linear a tendência é a de que permaneça o espaço apenas para cumprimento da sequência proposta, portanto, para um sujeito que simplesmente recebe informações.

Em contrapartida a essa postura é que entendemos a Modelagem como uma possibilidade de ruptura com a linearidade do currículo, pois não são os conteúdos que determinam os problemas ou as situações, mas os problemas ou situações que determinam os conteúdos. Tal afirmação é fortemente corroborada quando os estudantes sentem a necessidade de elaborar a análise dos dados que haviam coletado sobre as variações de preços e quantidades de soja produzida: "Assim houve a necessidade de aprofundar o assunto de porcentagem e regra de três [...]" (SOISTAK, 2006, p. 68).

Esse conteúdo é habitualmente ministrado em turmas de sexta série no Ensino Fundamental. Quando foi retomado no Ensino Médio, por meio da Modelagem, teve um enfoque diferente, ou seja, serviu como um

instrumento de interpretação da situação estudada. Portanto, não seguiu o conteúdo programático contido nos livros didáticos. Outra situação descrita que concede mais luz à questão foi o desenvolvimento do conteúdo matemático denominado "Unidades de medidas" – que não é tratado no Ensino Médio, mas pôde ser revisado e aprofundado com significado a partir da investigação oportunizada pela Modelagem.

A partir do tema escolhido surgiu a possibilidade do cálculo de áreas, as quais foram relacionadas com as diversas unidades de medidas, como o hectare e o alqueire, dentre outros. Assim, é no mínimo pertinente afirmar que o contexto criado pela Modelagem permite variações, encaminhamentos diferentes do sugerido pelo currículo linear, pois conteúdos considerados de outras séries podem e aparecem na resolução das situações de modelagem, como no exemplo acima. Esses três exemplos evidenciam o aspecto não linear do conteúdo matemático trabalhado numa atividade de Modelagem Matemática na perspectiva de Burak (1992, 1998, 2004, 2006).

Ao contrário da forma usual de ensino, na experiência com Modelagem realizada por Gomes (2002, p. 52) a disciplina foi conduzida durante um semestre a partir do tema escolhido "água na agricultura". "[...] aproveitamos o momento para ressaltar que nesse semestre não iríamos trabalhar essa disciplina nos limites da Hidráulica Agrícola, que iríamos ampliar mais, focados justamente naquele tema".

O tema ensejou diferentes perspectivas. Outros tópicos que não constavam na ementa puderam ser abordados, como por exemplo, o Ciclo Hidrológico que foi apresentado como um subtema e pôde ser explorado e discutido pelos estudantes durante as aulas. Como a disciplina não era de Matemática e sim de Hidráulica, o método da Modelagem, conforme proposto por Burak (1998), foi além do ensino de Matemática, se mostrando eficaz em outra área do conhecimento. Entretanto, salientamos que com essa afirmação não queremos recair numa perspectiva positivista, na qual o método científico era válido para todas as áreas.[7] A interseção mais importante a ser ressaltada nesse trabalho é justamente essa: a Modelagem permitiu a abordagem de conteúdos em outras áreas do conhecimento e não precisa necessariamente ser desenvolvida em uma disciplina de matemática, justamente por se caracterizar como uma metodologia.

[7] Queremos sim, evidenciar alguns elementos mais ou menos gerais que permitem reconhecer a Modelagem Matemática como uma importante ferramenta no processo de ensino e de aprendizagem, e não apenas como Modelagem Matemática no sentido restrito do termo – processo para a obtenção de Modelos Matemáticos.

4. Considerações finais

As considerações apresentadas nas subseções anteriores responderam de maneira efetiva a questão posta inicialmente. Os aspectos relativos tanto à construção e ao desenvolvimento de conceitos e dos conteúdos matemáticos, quanto à contextualização das situações e à integração com outras áreas do conhecimento, bem como à socialização favorecida pelo trabalho em grupo e à ruptura com o currículo linear emergiram de forma natural nas descrições dos trabalhos acadêmicos analisados.

Assim, ao abordar os aspectos referentes à Modelagem, as interpretações evidenciaram suas potencialidades na medida em que favorece outras possibilidades de encaminhamentos que superam as formas usuais de ensino. Por esse motivo, afirmamos que a Modelagem pode ser uma forte aliada dos professores de matemática e outros que buscam romper com a hegemonia da transmissão, pois o método da Modelagem possibilita um diálogo e outros caminhos, deslocando o sentido do ensino usual, que seria do professor para o aluno, para a interação, cooperação e colaboração no processo de ensino e de aprendizagem.

Concordamos plenamente com Freire (2004) quando ele afirma que não há um educador do educando, ou um educando do educador, há sim, um educador-educando e um educando-educador. Haja vista que ambos se constituem em sujeitos do processo de ensino e de aprendizagem, são sujeitos históricos e reais, no sentido de estarem no mundo enfrentando problemas que muitas vezes extrapolam o âmbito escolar, são problemas da vida.

Ao final deste capítulo, esperamos ter contribuído para evidenciar que a Modelagem Matemática pode ser ainda mais estudada, refletida, investigada e utilizada pelos professores de Matemática e de outras disciplinas, quando têm a intenção de mudar sua forma de ensinar. Para tanto, basta estarem dispostos a encarar a empreitada de uma Educação que tenha significado para o que ensina aprendendo e para o que aprende-ensinando. E, dessa maneira, superarmos de maneira suave e irreversível o atual quadro educacional brasileiro.

Referências

ARAGÃO, R. M. R. **Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel**; sistematização dos aspectos teóricos. Tese de Doutorado, FE/UNICAMP. Campinas, 1976.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática:** concepções e experiências de futuros professores. Rio Claro, 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática.** São Paulo: Contexto, 2002.

BECKER, F. **A epistemologia do professor**: o cotidiano da escola. Petrópolis: Vozes, 1993.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática como Método de Ensino Aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus**. Rio Claro, 1990**.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista – UNESP, 1990.

______. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática** Blumenau: Ed. FURB, 1999.

BURAK, D. **Modelagem matemática:** uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

______. **Modelagem matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

______. Formação dos pensamentos algébricos e geométricos**:** uma experiência com modelagem matemática. **Pró-Mat.** – Paraná. Curitiba, v.1, n.1, p.32-41, 1998.

______. A Modelagem Matemática e a sala de aula. In**:** Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática - I EPMEM, 1, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

______. Modelagem Matemática: avanços, problemas e desafios. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, – II EPMEM, 2, 2006, Apucarana, PR. **Anais...**. Modelagem Matemática: Práticas, Críticas e Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática: Apucarana: FAP, 2006. p. 1-9.

CALDEIRA. A. D.. Modelagem Matemática e a prática dos professores do ensino Fundamental e Médio. In: I Encontro Paranaense de Modelagem em

Educação Matemática – I EPMEM, 1. Londrina, 2004. **Anais...** Londrina: UEL, p.1-6.

CAMARGO, S. J. Interação professor-alunos: a escola como espaço interativo. In: MARTINS, B. J. (Org.). **Na perspectiva de Vygotsky**. São Paulo: Quebra Nozes/Londrina CEFIL, 1999, p. 47-80.

DELVAL, J. Socialização. In: ______. **Aprender na vida e aprender na escola.** Porto Alegre: ARTMED, 2001, p. 86-88.

FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade:** Um projeto em parceria. São Paulo: Loyola, 1993. (Coleção Educar, 13).

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 17ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2004.

GOMES, C. K. C. **Alternativa metodológica à luz da Modelagem Matemática para uma disciplina**. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2002.

KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática e Etnomatemática no Contexto da Educação Matemática:** aspectos filosóficos e epistemológicos. Ponta Grossa, 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós Graduação em Educação, Universidade Estadual de Ponta Grossa, UEPG, 2007.

MACHADO, N. J. **Epistemologia e didática:** as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. São Paulo: Cortez, 1995.

MORIN, E. **Os sete Saberes Necessários à Educação do Futuro** 3a. ed. - São Paulo - Cortez; Brasília, DF: UNESCO, 2001.

MORIN, E. **Da necessidade de um pensamento complexo**. Tradução: Juremir Machado da Silva. (s/d) Disponível em: http://geccom.incubadora.fapesp.br/portal/tarefas/projetos-em-multimeios-i-e-ii-puc-sp/textos-uteis/pensamentocomplexo.pdf. Consultado em 07/02/07.

MOYSÉS, L. Contextualizar a matemática: O grande desafio do professor. In: ______. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas: Papirus, 1997. p. 65-73. (Coleção Magistério: formação e trabalho pedagógico)

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. trad. Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SOISTAK, A. V. F. **Modelagem matemática no contexto do ensino médio:** possibilidade de relação da matemática com o cotidiano. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2006.

3

Modelagem Matemática como metodologia para o ensino de Matemática nos anos iniciais: alguns apontamentos sobre a abordagem dos conteúdos matemáticos a partir de relatos de experiências

Vantielen da Silva Silva

1 Introdução

O ensino de Matemática nos anos iniciais, assim como em outras etapas da Educação Básica, objetiva instigar a construção e a apropriação de conhecimentos necessários à formação do cidadão crítico e reflexivo, um sujeito capaz de compreender e identificar a matemática no seu cotidiano e, ao mesmo tempo, utilizar estes conhecimentos para inovar, transformar (BRASIL, 1997). Dito de outra forma, é papel da escola oferecer subsídios para que o aluno compreenda seu ambiente natural, social, político, aprenda sobre ciência e tecnologia, construa valores e outros aspectos indispensáveis para a atuação e convivência em nossa sociedade.

Tendo em vista estas finalidades, a educação escolar necessita assumir uma perspectiva problematizadora, de caráter reflexivo, um meio de desvelar a realidade (FREIRE, 2005) e, no caso específico da Matemática, almeja-se uma educação que "não seja preparação para a vida, e sim vida, [...] que não seja preparação para a ação, e sim ação" (LINS, 1999, p. 94).

Diante disso, luta-se por um ensino de Matemática que objetive, muito além das melhorias dos índices das avaliações nacionais, a aprendizagem significativa dos alunos, de todas as etapas da Educação Básica, ou seja, que os conteúdos e conceitos presentes na Matemática se relacionem com o seu cotidiano, com sua vida, com suas compreensões sobre o mundo.

A Modelagem Matemática, considerando o exposto, tem sido referenciada como uma metodologia com esse potencial para o trabalho com a matemática nos anos iniciais. É uma metodologia que instiga a participação ativa, a interação, contextualização, problematização; interdisciplinaridade e diálogo investigativo (SILVA; KLÜBER, 2011; 2014), aspectos necessários para um aprender significativo e para ruptura de um ensino mecânico.

Apesar dos fatores mencionados tornarem a Modelagem um caminho destacável para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática nos anos iniciais, essa proposta causa estranhamento e mal estar ao corpo docente

que se preocupa incessantemente em cumprir os programas das disciplinas, o currículo escolar (BURAK, 1987; 1992).

Pensando nesta condição, buscamos desenvolver um trabalho que nos ajudasse a responder a seguinte questão: *O que se revela sobre a abordagem dos conteúdos específicos de Matemática na Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental apresentadas em trabalhos de conclusão de curso?*

Essa problemática foi direcionada às pesquisas sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais, desenvolvidas e presentes no acervo da biblioteca da Universidade Estadual do Centro-Oeste, Unicentro. Estas pesquisas, para melhor esclarecer, se configuram em relatos de experiência. Nessa instituição, segundo Burak (2005), são desenvolvidos trabalhos sobre Modelagem Matemática desde a década de 1980, sendo uma das primeiras a demonstrar, por meio dos trabalhos dos professores pesquisadores, preocupação com o ensino de Matemática e criar iniciativas para mudanças no contexto.

Além disso, tal proposta corrobora com as investigações e discussões empreendidas no grupo de pesquisa, vinculado à referida instituição, sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática. Também, os trabalhos mapeados revelam certo pioneirismo do referido grupo no que concerne Modelagem Matemática e, mais especificamente, ao seu uso nos anos iniciais, cujas pesquisas, ainda, são incipientes.

Um aspecto a ser acrescentado refere-se ao fato de que os trabalhos apresentados na sequência, embora sejam predominantemente desenvolvidos e orientados na perspectiva de Burak, não se pode desconsiderar que há outras produções e pesquisas sendo empreendidas, recentemente, nessa etapa da Educação Básica.

No acervo bibliotecário foram mapeadas 46 investigações sobre Modelagem Matemática na concepção da Educação Matemática, sendo mais presentes experiências desenvolvidas em turmas referentes aos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Destas, apenas quatro (04) produções relatam experiências com crianças nos anos iniciais, conforme apresentado no **Quadro 1**:

Quadro 1 - Trabalhos de conclusão de curso

Título dos trabalhos	**Autoria**	**Ano de divulgação**	**Cursos vinculados**
Modelagem Matemática: uma metodologia para o ensino de Matemática na 3ª série do 1º grau	Ione Maria Gasperin	1990	Especialização em Ensino de Matemática e Ciências
Modelagem Matemática: uma metodologia para o ensino de Matemática na 4ª série do 1º grau.	Maria Elena Prado dos Santos	1990	
Alfabetização Matemática: uma experiência com Modelagem Matemática. 1993	Marta Ione Tozzeto	1993	
Modelagem Matemática: construindo a interdisciplinaridade	Vera Lúcia Lapczak Brautigam	2001	Especialização em Psicopedagogia

Fonte: Pesquisa Própria.

A pesquisa de Tozetto (1993) refere-se a uma investigação com crianças da primeira série, hoje 2º ano do 1º ciclo dos anos iniciais. Ciclo caracterizado como um momento de aproximação aos conceitos e conteúdos matemáticos, no que tange a construção dos números, escrita numérica, operações, entre outros (BRASIL, 1997).

Por sua vez, a pesquisa de Gasperin (1990), refere-se à 3ª série, atual 4º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental e as pesquisas de Santos (1990) e Brautigam (2001) evidenciam experiências com a 4ª série, hoje 5º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Neste segundo ciclo, "os alunos ampliam conceitos já trabalhados no ciclo anterior (como o de número natural, adição, medida, etc.)" (BRASIL, 1997, p. 57). Também se aproximam de novos conceitos e aperfeiçoam os já construídos.

Os quatro relatos citados expressam que a Modelagem Matemática foi utilizada na tentativa de promover aulas lúdicas e interativas, contando com a participação das crianças. Num contexto em que as aulas eram essencialmente transmissivas, o uso da Modelagem representou uma mudança de perfil no planejamento dos professores. Num primeiro momento, a partir da leitura global, identificamos as principais características apresentadas pelos pesquisadores a respeito da Matemática e, num segundo momento,

enfocamos na compreensão de como os conteúdos específicos são tratados a partir do uso desta metodologia.

2 A Modelagem Matemática no contexto dos anos iniciais: importância e contribuições

Gasperin (1990), Santos (1990), Tozetto (1993) e Brautigam (2001), autoras das pesquisas em discussão, expressam discursos convergentes à necessidade de provocar melhorias no ensino de Matemática por meio do uso da Modelagem Matemática. Para as autoras, um ensino de Matemática transmissivo, que supervaloriza o abstrato numa etapa em que a construção ocorre e necessita de materiais concretos, ignora a possibilidade de que as crianças aprendam ativamente, dialogando, interagindo, investigando, explorando o meio e o vivido. Como se Matemática fosse algo a ser simplesmente assimilado e introjetada de modo direto.

As referidas autoras, explicitando estas considerações, desenvolveram seus trabalhos com a Modelagem Matemática, objetivando "propor uma metodologia alternativa para o ensino" (SANTOS, 1990, p. 10); "dinamizar as aulas de matemática" (GASPERIN, 1990, p. 07); "resgatar o gosto e o interesse do aluno pela Matemática" (TOZETTO, 1993, p. 06) e "tornar as aulas da disciplina um processo dinâmico, participativo" (BRAUTIGAM, 2000, p. 08). Essas são indicações de que as aulas de Matemática, considerando Carraher (*et al*. 1988), não podem se limitar ao espaço sala de aula ou à reprodução e cumprimento de livros didáticos e necessita relacionar matemática formal e cotidiana, uma vez que a ausência de contextualização pode ser uma das principais causas da desmotivação pelo aprender Matemática.

Os objetivos descritos sobre o uso da Modelagem salientam a compreensão de que o ensino não é meramente instrução e que a metodologia, considerada como forma de proceder ou organizar o ensino, é de fundamental importância para a promoção de um ensino significativo. Partindo dessa compreensão, alguns fatores descritos podem ser destacados:

> A Modelagem Matemática propõe uma forma de aprendizagem dinâmica para o aluno. Procurando através da ação, do fazer chegar ao saber e contribuir para amenizar a crise que assola a educação, mais especificamente o ensino de matemática (GASPERIN, 1990. p. 10).
>
> O ensino através da Modelagem propicia ao aluno trazer à tona situações problemas do seu dia-a-dia, tornando o aprendizado mais fácil, pois o mesmo identifica-se como personagem e não como mero reprodutor (SANTOS, 1990, p. 07).

> Através da Modelagem Matemática, busca-se dar uma nova imagem à Matemática, ou seja, superar a ansiedade que se criou em torno da disciplina, pois todos são capazes de aprendê-la, valorizar todos os conhecimentos trazidos para escola pelo aluno, recriando o que está criado, demonstrando e evidenciando a mudança de atitude de aluno, pois passa a realizar uma leitura crítica da matemática, inserindo-a no contexto sociopolítico e econômico vividos por ele em todos os momentos (TOZETTO, 1993, p. 53).
>
> A Modelagem Matemática representa a possibilidade de tornar as aulas da disciplina num processo dinâmico, participativo e com resultados que os alunos podem comprovar na sua realidade diária, criando vínculos mais fortes entre o aluno e os conteúdos expostos (BRAUTIGAM, 2001, p. 07).

Tal como explicitado pelos pesquisadores, a Modelagem Matemática, pelo menos em parte, é concebida como uma possível solução para os problemas vividos no ensino de Matemática, problemas estes concernentes à desmotivação pelo ato de aprender, reprovações, baixo rendimento, entre outros aspectos considerados produtos de um ensino sem contextualização (LOPES *et al*., 2011).

A importância da Modelagem Matemática, assim, segundo nosso entendimento, está em resgatar aquilo que se objetiva essencialmente para o ensino de Matemática e foi reprimido pela tendência tradicional, como: adquirir conhecimentos relevantes para compreender a sociedade, solucionar problemas da vida cotidiana, além da "formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilização do raciocínio do aluno" (BRASIL, 1997, p. 15).

Para um ensino desta natureza, os participantes do processo – professores e alunos – necessitam manter um vínculo de cooperação e investigação. Primeiramente, porque o aluno não é um recipiente vazio, é um sujeito com interesses próprios, capaz de participar, discutir, dialogar e refletir e o professor não detém o conhecimento, é alguém que orienta o processo, faz as mediações entre aluno e conhecimento, entre aquilo que o aluno não sabe e tem curiosidade em aprender; é alguém que dialoga constantemente com as crianças (GASPERIN, 1990; SANTOS, 1990; TOZETTO, 1993; BRAUTIGAM, 2001).

Detectamos, ainda, algumas contribuições da Modelagem Matemática salientadas nos relatos:

- dinamiza o ensino de Matemática, o torna vivo;

- instiga o gosto por aprender Matemática;
- permite maiores relações com o cotidiano das crianças;
- possibilita estudo de vários conteúdos;
- oferta maior liberdade ao aluno para raciocinar, pensar, demonstrar suas conclusões;
- instiga os alunos a fazerem perguntas e não se conformarem com que lhes é dito;
- considera os erros e as tentativas que os alunos fazem ao solucionar questões problemas, como pontes para construção do conhecimento;
- instiga a construção de saberes e conhecimentos que fundamentam possíveis transformações da realidade.

Tais questões convergem com aspectos justificativos apontados por Klüber e Burak (2007), como a contextualização das situações, forma dinâmica de construir os conhecimentos e interação entre os envolvidos no trabalho.

Num modelo de ensino que se sustenta em todas essas características construtivistas, destacando a valorização do aluno, o respeito a seus limites, tempo de aprendizagem e interesses, os conteúdos matemáticos são definidos atendendo as inquietações, as dúvidas existentes sobre um determinado tema. Dessa forma, Gasperin (1990), Santos (1990), Tozetto (1993) e Brautigam (2001) explicitam que os conteúdos matemáticos, em suas experiências com a Modelagem Matemática, não foram abordados de forma compartimentada, como é desvelado em muitos currículos e livros didáticos. Os conteúdos foram, na verdade, objetos de investigação e superação de curiosidades apresentadas pelas crianças.

3 A abordagem dos conteúdos na Modelagem Matemática: experiências nos anos iniciais

Os conteúdos de ensino, em geral, são identificados no âmbito escolar como os conhecimentos de uma determinada área a serem transmitidos aos alunos. Esse acesso aos conhecimentos, pelo ensino, é uma forma de democratização e garantia de uma cultura de base para as crianças. Estes, nas diferentes áreas de conhecimento e produção humana, assumem uma função social na prática educativa, referente ao “desenvolvimento individual e social dos indivíduos” (LIBÂNEO, 1994, p. 120).

Em se tratando do ensino de Matemática, quando nos questionamos sobre os conteúdos específicos abordados por meio da Modelagem Matemática, estamos nos referindo aos conteúdos factuais, aqueles concernentes à parte da produção humana, que no caso da Matemática seriam os códigos, os símbolos, entre outros e que, por sua vez, não são indissociáveis da aprendizagem, compreensão e interpretação dos conceitos e princípios (ZABALA, 2010).

No que se refere ao definido pelas propostas curriculares para os anos iniciais, apresentamos o **Quadro 2**, construído a partir das leituras e interpretações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997):

Quadro 2 - Os conteúdos matemáticos para os anos iniciais do ensino fundamental apresentados nos Parâmetros Curriculares Nacionais

(continua)

Blocos temáticos	Conceitos e Conteúdos
Números e operações	1º ciclo (hoje 1º ao 3º Ano): Reconhecimento dos números. Contagem, pareamento, estimativa e correspondência de agrupamentos. Reconhecimento das operações, ênfase na adição e subtração. 2º ciclo (hoje 4º e 5º ano): Reconhecimento de números naturais e racionais (com representações fracionárias e decimais), números inteiros positivos e negativos. Operações envolvendo números naturais e racionais. Cálculo simples de porcentagem.
Espaço e forma	1º ciclo (hoje 1º ao 3º Ano): Localização de pessoas ou objetos no espaço, direção e sentido. Relações de tamanho e forma de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem. Comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos (esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos). Percepção de semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos. 2º ciclo (hoje 4º e 5º ano): Descrição, interpretação e representação da posição de uma pessoa ou objeto no espaço. Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre corpos redondos (esfera, cone, cilindro). Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre poliedros (como os prismas, as pirâmides e outros). Identificação de elementos como faces, vértices e arestas. Identificação, composição, decomposição, planificação de figuras tridimensionais. Exploração de características, identificação, composição e decomposição de algumas figuras planas. Reconhecimento e representação de figuras geométricas.

Quadro 2 - Os conteúdos matemáticos para os anos iniciais do ensino fundamental apresentados nos Parâmetros Curriculares Nacionais

(conclusão)

Blocos temáticos	Conceitos e Conteúdos
Grandezas e medidas	1º ciclo (hoje 1º ao 3º ano): Comparação de grandezas de mesma natureza. Unidades de tempo. Reconhecimento de cédulas e moedas. Leitura de horas. 2º ciclo (hoje 4º e 5º ano): Comparação de grandezas de mesma natureza. Identificação de grandezas mensuráveis no contexto diário (comprimento, massa, capacidade, superfície). Reconhecimento e utilização de unidades usuais de medida (metro, centímetro, quilômetro, grama, miligrama, quilograma, litro, mililitro, metro quadrado, alqueire). Reconhecimento e utilização de unidades usuais de tempo e de temperatura. Sistema monetário. Cálculo de perímetro e de área.
Tratamento da informação	1º ciclo (hoje 1º ao 3º ano): Leitura, interpretação, coleta e organização de informações. Exploração da função do número como código na organização de informações. Interpretação e elaboração de listas, tabelas simples e gráficos. 2º ciclo (hoje 4º e 5º ano): Leitura, interpretação, coleta, organização e descrição de dados. Produção de textos escritos e interpretação de dados apresentados por meio de tabelas e gráficos. Ideias de probabilidade em situações-problema simples.

Fonte: Pesquisa Própria

Aos anos iniciais, de modo geral, são definidos conteúdos conceituais, noções de um determinado ramo da Matemática e que na escola devem ser selecionados criteriosamente para que se possa contribuir para o desenvolvimento de competências, habilidades, valores socialmente relevantes. Também valoriza-se o trabalho concomitante com os conteúdos atitudinais, referente aos comportamentos, atitudes e experiência no grupo escolar no meio (BRASIL, 1997).

No primeiro ciclo, do 1º ao 3º ano, oportuniza-se uma aproximação com os conteúdos matemáticos. Faz-se necessário resgatar as questões que as crianças observam no cotidiano, os jogos, as brincadeiras, os cálculos que elas desenvolvem informalmente. Valoriza-se, ainda, o uso de muitos materiais concretos, possíveis de visualização e exploração, pois, dessa forma, os conceitos matemáticos são interligados.

Por sua vez, no segundo ciclo, 4º e 5º ano, os alunos são instigados a solucionar problemas de forma mais abstrata, ampliam as hipóteses, as

visões de contexto. Aprendem novos conteúdos que sustentarão a compreensão dos abordados nas etapas posteriores.

No que diz respeito ao trabalho com a Modelagem Matemática, esses conteúdos não são trabalhados isoladamente ou de forma linear, dão espaço, portanto, para abordagens que conectam e relacionam os conteúdos. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) não citam a Modelagem como metodologia, mas os princípios são semelhantes porque se sustentam na interdisciplinaridade e relações entre os campos próprios da Matemática. Não se pode excluir, todavia, que os Parâmetros são utilizados nas escolas de anos iniciais na organização de seus currículos e planejamentos próprios e esses, por sua vez, muitas vezes engessam a atuação docente, pois os professores precisam dar conta de ensinar, o que nem sempre favorece a verdadeira aprendizagem pelas crianças.

Sobre a abordagem dos conteúdos a partir da Modelagem Matemática, não se pode desconsiderar que ela pode ser, segundo Burak (2004), desenvolvida em cinco (05) etapas: (I) escolha do tema, (II) pesquisa exploratória, (III) levantamento dos problemas, (IV) resolução dos problemas e (V) análise crítica das soluções.

Na primeira etapa – escolha do tema – os alunos são motivados a apresentar inquietações, temas de interesse. Numa turma, para Burak (1987), podem ser trabalhadas uma ou mais temáticas, depende de como o professor se organiza para atender as necessidades. Nos relatos, observamos que os professores trabalharam um único tema, justificado pela necessidade de melhor explorá-lo, e os conteúdos. Esses temas foram escolhidos pelas crianças. Gasperin (1990) e Brautigam (2001) partiram do tema "animais", o primeiro surgiu a partir do interesse da turma em conhecer o zoológico local e o segundo a partir de uma poesia contada pelo professor. Santos (1990) desenvolveu com os alunos as ações em Modelagem a partir de uma situação em que um determinado aluno relatou na aula e os outros demonstraram-se interessados, o caso da pintura da sala. Já Tozetto (1993) passou a desenvolver a Modelagem a partir de um momento vivido com as crianças, a visita a um colega que estava doente.

A pesquisa exploratória, o levantamento e a resolução de problemas não ocorrem numa sequência única. Em nosso entendimento, ocorreram diversas vezes, durante a realização da atividade, uma vez que esta não se reduziu a apenas uma aula, pois os problemas foram levantados em diferentes momentos que ocasionaram novas pesquisas e a utilização de conteúdos matemáticos. Um exemplo disso pode ser a pesquisa de Gasperin (1990), pois ao visitarem o zoológico e conhecer os animais que viviam no espaço os

alunos demonstraram curiosidade sobre a alimentação e logo foram buscar informações em livros e com pessoas que trabalhavam no local. Identificado isso, pesquisaram a quantidade de alimentos, o custo e, neste momento, na resolução de problemas, se apresentou os conteúdos matemáticos de forma mais destacada.

Na quinta etapa – referente à análise das soluções – percebemos que os professores puderam identificar os progressos dos alunos, suas aprendizagens. Nesta etapa, de finalização do processo, detectamos algumas características autoavaliativas, como participação e envolvimento dos alunos.

Considerando essas, pudemos interpretar que, nas experiências vividas por Gasperin (1990), Santos (1990), Tozetto (1993) e Brautigam (2001), os conteúdos específicos de matemática tonaram-se visíveis a partir da pesquisa exploratória, segunda etapa, após a apresentação, por parte dos alunos, de suas inquietações sobre o tema escolhido.

O **Quadro 3** traz a representação dos conteúdos abordados partir das temáticas escolhidas pelas turmas, professores e alunos.

Quadro 3 - Temas escolhidos e conteúdos abordados

Trabalhos	Temas escolhidos	Conteúdos matemáticos abordados
Gasperin (1990)	Zoológico (animais existentes no zoológico municipal)	• Números cardinais e decimais. • Sistema de medidas: unidades de medidas de massa a partir da alimentação destinada aos animais. • Sistema monetário a partir dos gastos com alimentação e outras despesas dos animais. • Operações matemáticas: adição e subtração.
Santos (1990)	Pintura da sala de aula a partir de uma situação visualizada pelos alunos numa novela.	• Figuras geométricas. • Unidades de medidas de comprimento a partir da sala. • Unidades de medida de superfície a partir dos objetos presentes na sala. • Sistema monetário a partir dos gastos com materiais. • Porcentagem.
Tozetto (1993)	Visita ao colega adoentado.	• Classificação. Seriação. • Geometria. • Sistema de numeração.
Brautigam (2001)	Gato a partir da poesia "Pé de gato".	• Unidades de medida de massa a partir da alimentação dos animais. • Sistema monetário a partir da alimentação e despesas dos gatos. • Porcentagem a partir das raças dos gatos. Tratamento de informações: gráficos.

Fonte: Pesquisa Própria.

Para Tozetto (1993, p. 21), "a construção do conhecimento não se dá por compartimento" e muito menos sem relação com o cotidiano das crianças, assim, a escolha da temática, como esboçado no **Quadro 2**, com a participação das crianças, se apresenta, no mínimo, relevante e coerente, pois abre um leque para abordagem de diferentes conteúdos.

Como conteúdos predominantes ao trabalho com turmas da 3ª e 4ª série, Gasperin (1990), Tozetto (1993) e Brautigam (2001) trabalharam com números, operações, sistema monetário, sistema de medidas. Estes conteúdos apareceram nos diferentes temas, sem estarem definidos *a priori*, o que indica que é possível visualizar e aprender Matemática a partir de diferentes contextos e de diferentes formas.

No que concerne a números e operações, os "alunos têm a oportunidade de ampliar ideias" (BRASIL, 1997, p. 83), uma vez que no primeiro ciclo se enfatiza muito esse bloco temático. São conteúdos básicos e presentes em todas as outras propostas da matemática, em tentativas de solucionar diferentes problemas. A situação problema, todavia, com maior evidência, foi uso do sistema monetário, que se tem uso quase que diariamente na vida dos sujeitos.

O trabalho com sistemas de medidas oferta às crianças a possibilidade de compreender melhor as formas de medição e que assimilem conceitos favoráveis para que escolham determinadas unidades a fim de solucionar problemas, em sala de aula ou no cotidiano.

Tozetto (1993), por sua vez, por tratar do primeiro ciclo, etapa de alfabetização, se preocupou em abordar, diante das questões postas em diálogo com as crianças de uma primeira série, os conhecimentos lógico-matemáticos. A utilização de objetos manipuláveis, de atividades de contagem, juntar e ordenar e o próprio uso da geometria, se caracterizam como subsídios para a criança melhor compreender, descrever, representar, organizar informações e o próprio meio em que vive (BRASIL, 1997). Nessa linha, Nogueira (2011) expressa que são aspectos/situações favoráveis e necessários para a construção do número e compreensão dos conteúdos previstos para a área.

Em síntese, considerando os quadros 1 e 2, todos os conteúdos trabalhados fazem parte do proposto, oficialmente, para os anos iniciais. Mas o grande diferencial do trabalho com estes conteúdos esteve no uso da Modelagem, pois eles foram abordados à medida que se faziam relevantes e, principalmente, davam conta de responder os problemas levantados pelas crianças. Além disso, não estiveram distantes do contexto e foram aprendidos a partir da interação e do diálogo. Também, destacamos que os campos da

Matemática se apresentaram interligados, rompendo com o ensino usual, fragmentado.

A possibilidade dada às crianças de fazer descobertas, estabelecer relações com outras áreas do conhecimento, desenvolver e organizar seus pensamentos, representa situação indispensável para que ela se aproprie dos conceitos matemáticos, reconheça e faça uso de suas linguagens e simbologias (ARAGÃO, 2010; ZIMER, 2010).

Há que ser mencionado, ainda, que o trabalho com os conteúdos matemáticos, por meio da Modelagem, rompeu com que Tomaz e David (2008) consideram limitação da escola: ausência de contextualização e interdisciplinaridade. A contextualização pela possibilidade de partir de um tema e ser de interesse das crianças e a interdisciplinaridade, como fator destacável, pela presença de conceitos e conteúdos de outras disciplinas.

3.1 A interdisciplinaridade na Modelagem Matemática

A interdisciplinaridade, integração das áreas de conhecimento, é um aspecto justificativo para o uso da Modelagem Matemática no ensino de Matemática (KLÜBER; BURAK, 2007). Logo, pode-se mencionar que os conteúdos matemáticos abordados a partir da Modelagem não aparecem desconexos das demais áreas. De forma breve, poderíamos mencionar que nos relatos é possível detectar que se promoveu ruptura com o modelo disciplinar de tratar os conhecimentos escolares.

Gasperin (1990), ao trabalhar com o tema relacionado a *animais* (do zoológico da cidade), resgatou questões concernentes aos seres vivos (alimentação, locomoção, ambiente). Por sua vez, Santos (1990), com a situação temática referente à *pintura da sala*, trabalhou paisagem local, natureza, ambiente e gêneros textuais (recibo, cheque).

Tozetto (1993), a partir da *visita a um colega doente*, que se constitui em temática, também abordou paisagem local, ambiente (plantas, animais), aspectos visualizados durante o percurso da visita e, também, corpo humano e saúde.

Brautigam (2001), que trabalhou com o tema *gato* e enfatizou a interdisciplinaridade em seu relato, abordou, além dos conteúdos matemáticos: seres vivos e ambiente, questões relacionadas à saúde, alimentação e higiene (na discussão sobre a vida do gato e do ser humano).

Além destas possíveis relações, foi possível identificar nos trabalhos, questões concernentes à escrita, oralidade, leitura e interpretação, como oportunidade de aprendizagem da língua materna, presente em todos os

contextos. Também vivenciaram questões morais e éticas: respeito mútuo, solidariedade, entre outros oportunizados pela constante interação.

Esses exemplos demonstram que os conteúdos não foram "unidos" forçosamente, mas que pela postura dialógica e investigativa, pode-se explicar e discutir diferentes curiosidades que os conhecimentos matemáticos, respeitando a definição das áreas, não explicariam e que, por outro lado, somente com eles é possível ter uma visão específica de mundo. Dito de outra forma, houve uma interação constante das áreas, registrando explicações mais complexas e abrangentes (BORGO; BURAK, 2011).

Há também que ser enfatizado que uma metodologia investigativa e interdisciplinar, características da Modelagem, instiga a todo o momento leitura, análise, interpretação. Assim, constitui-se num meio de solucionar a problemática de que o ensino de Matemática esbarra na interpretação[1], que os alunos não são leitores e, por isso, não conseguem pensar matematicamente problemas da vida e muito menos problemas escolares.

4 Considerações finais

A Modelagem Matemática nos anos iniciais, na condição de temática de pesquisa ou no que se refere a experiências vividas, ainda é incipiente. Há poucos registros e divulgação sobre o trabalho com essa metodologia com crianças (SILVA; KLÜBER, 2011). E as poucas e tímidas pesquisas, surgidas desde os anos 1990, expressam em geral um incomodo e desconforto com o modelo em que o ensino de Matemática ocorre: mecanicista, com pouco ou nenhum diálogo.

É por este descontentamento, em nossa compreensão, que a Modelagem Matemática representa uma ruptura com modelos preestabelecidos e uma possibilidade de melhorias no ensino de Matemática, pois é, em essência, uma proposta dialógica, investigativa e interdisciplinar.

No que se refere aos conteúdos matemáticos, pode-se mencionar que, embora muitos professores se preocupem apenas em cumprir o currículo e, muitas vezes, se limitam ao material de apoio, como o livro didático, não há uma forma única de ensinar ou de abordar os conteúdos em sala.

Na Modelagem Matemática os conteúdos não se dão de forma estanque, não se limitam a si mesmo e a todo o momento são relacionados com outras produções humanas e com o vivido pelas crianças.

[1] Conforme reportagem da Gazeta do Povo, disponível em http://www.gazetadopovo.com.br/educacao. Acesso em 10 de março. 2014

Não se pode negar, todavia, que a abordagem dos conteúdos matemáticos depende muito da criatividade, flexibilidade e disposição do professor em atender ou "tentar" responder às questões surgidas durante o processo. Para que a Modelagem aconteça, é necessário que o professor esteja disposto ao novo e que também tenha domínio sobre os conteúdos específicos da Matemática e o pensar próprio desta área de conhecimento.

A Modelagem Matemática, em suma, como descrito nos relatos em discussão, descortina novas possibilidades de empreender o ensino de Matemática: aulas menos cansativas, conteúdos não fragmentados, intensa relação escola e vida.

Referências

ARAGÃO, R. M. R. de. Rumo à educação do século XXI: para superar os descompassos do ensino nos anos iniciais de escolaridade. In: BURAK, D.; PACHECO, E. R.; KLÜBER, T. E. (Org.). **Educação Matemática:** reflexões e ações. Curitiba: CRV, 2010, p. 11-25.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC, 1997.

BRAUTIGAM, V. L. L. **Modelagem matemática:** construindo a interdisciplinaridade. 2001. 75p. Monografia (Especialização Psicopedagogia) – Universidade Estadual do Centro-Oeste do Paraná, Guarapuava, 2001.

BURAK, D. **Modelagem matemática:** uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. 188 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

________. **Modelagem matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. 1992. 460 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

_______. Modelagem matemática e a sala de aula. In Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 01, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004.

_________. As Diretrizes Curriculares Nacionais para o ensino de Matemática e a modelagem matemática. **Revista Perspectiva**, Erechim, v. 29, n. 113, p. 153-161, 2005.

BORGO, V. T. K.; BURAK, D. Modelagem matemática e interdisciplinaridade: perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais**.** In Seminário de Pesquisa do PPE, 2011, Maringá. **Anais...** Maringá: UEM, 2011, p. 01-19.

CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. L. **Na vida dez, na escola zero**. 3 ed. São Paulo: Cortez, 1988.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido.** 48 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

GASPERIN, I. M. **Modelagem matemática:** uma metodologia para o ensino de Matemática na 3ª série do 1º grau. 1990. 36p. Monografia (Especialização em ensino de Matemática e Ciências) – Faculdade Estadual de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava, Guarapuava, 1990.

KLUBER, T. E.; BURAK, D. Modelagem matemática: pontos que justificam a sua utilização no ensino. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte, MG. **Anais...** Belo Horizonte: UNI-BH, 2007, p 1-19**.**

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. Ap. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas**.** São Paulo: UNESP, 1999.

LOPES, A. R. L. V.; MARAFIGA, A. W.; SILVA, D. S. G. da; BOROWSKY, H. G.; HUNDERTMARCK, J.; FRAGA, L. P.; POSEBON, S. Pensando na Educação Matemática dos anos iniciais: alguns apontamentos. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011, Recife, Brasil. **Anais...** Recife: UFPE, 2011, p. 1-6.

NOGUEIRA, C. M. I. Pesquisas atuais sobre a construção do conceito de número: para além de Piaget? **Educar em Revista**, Curitiba, n. Especial, p. 109-124, 2011.

SANTOS, M. E. P. dos. **Modelagem matemática:** uma metodologia para o ensino de Matemática na 4ª série do 1º grau. 1990. 62p. Monografia (Especialização em ensino de Matemática e Ciências) – Faculdade Estadual de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava, Guarapuava, 1990.

SILVA, V. da S.; KLÜBER, T. E. Um olhar pedagógico sobre a modelagem matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental. In: Seminário de

Pedagogia, 2, 2011, Irati. **Anais...** Irati: Departamento de Pedagogia da Universidade Estadual do Centro-Oeste, 2011, p. 14.

________. Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: reflexões e apologia aos seus usos. In: ALENCAR, E. S. de; LAUTENSCHLAGER, E. **Modelagem matemática nos anos iniciais**. São Paulo: Sucesso, 2014, p. 07-24.

TOMAZ, V. S.; DAVID, M. M. M. S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

TOZETTO, M. I. **Alfabetização Matemática:** uma experiência com modelagem matemática. 1993. 54p. Monografia (Especialização em ensino de Matemática e Ciências) – Faculdade Estadual de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava, Guarapuava, 1993.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 2010.

ZIMER, T. T. B. Matemática. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Ensino Fundamental de nove anos:** orientações pedagógicas para os anos iniciais. Curitiba: SEED, 2010, p. 153- 166.

4

Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: relatos de experiências

Marinês Avila de Chaves Kaviatkovski

1 Introdução

Muito se coloca a respeito da urgência de a escola atender as demandas da sociedade de sua época. Sabemos, por meio da história, de notícias e manifestações, que fatores econômicos interferem nessas demandas. Um bom exemplo dessa situação é a revolução industrial, ocorrida no início do século XVIII, que impulsionou a mecanização dos sistemas de produção e fez com que a escola se adequasse rapidamente a uma nova realidade de ensino, ou seja, qualificar a mão de obra especializada.

A demanda da sociedade contemporânea, marcada pela globalização e pelo avanço tecnológico, principalmente no que diz respeito à transmissão de dados, é pautada na gênese de um indivíduo efetivamente atuante. Nesse sentido, é imprescindível para a escola ter como um de seus pilares a preocupação em ser um local voltado a promover a formação de pessoas críticas e autônomas.

A consolidação dessa escola, conectada à demanda da sociedade contemporânea, impõe alguns desafios. Um deles diz respeito à necessidade de educadores e pesquisadores voltarem a atenção e o olhar às práticas pedagógicas que estão sendo efetivadas em sala de aula, despidos de preconceitos e com o forte desejo de realizar ações que promovam realmente a interação entre os estudantes e o conhecimento escolar.

Outro desafio imposto para que essa escola seja realidade perpassa por modificações na formação inicial dos professores que atuam na Educação Básica, não somente na reestruturação curricular dos cursos de licenciatura, mas voltadas à construção de uma identidade profissional fundamentada no *chão* da escola.

Com base no que foi exposto anteriormente, e percebendo a Modelagem na Educação Matemática como uma metodologia de ensino e aprendizagem capaz de contribuir com a superação dos desafios impostos pela demanda da sociedade contemporânea, é que este trabalho se constitui.

A concepção de Modelagem, na perspectiva da Educação Matemática, que norteia o presente trabalho, é a de Burak. Há quase três décadas, esse pesquisador se dedica ao estudo da Modelagem, orientando práticas pedagógicas

em sala de aula, com professores e estudantes da Educação Básica, delineadas por pressupostos construtivistas, sociointeracionistas e da aprendizagem significativa, favorecendo a interação equilibrada entre a tríade professor/estudante/conhecimento.

Uma característica marcante encontrada nos trabalhos de Burak é a preocupação em investigar a Modelagem no âmbito da Educação Matemática, voltada para o ensino e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos de forma mais ampla, buscando preparar o estudante da Educação Básica para fazer frente às exigências deste século.

Outro aspecto relevante na concepção de Modelagem de Burak é apontado pelos autores Burak e Klüber (2008). Eles expressam os ajustes realizados na concepção de Burak em relação ao encaminhamento do trabalho com a Modelagem, a partir de trabalhos desenvolvidos em sala de aula, cursos de formação inicial e/ou continuada e enumeram uma sequência de cinco etapas que podem contribuir com a efetivação dessa proposta metodológica. São elas: *1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema e 5) análise crítica das soluções.*

O relato das atividades, aqui apresentadas, não tem por objetivo servir como "receita", mas busca levar o leitor a perceber o fio condutor que norteia o trabalho com a Modelagem na perspectiva assumida[1].

2 Relatos de atividades mediadas pela Modelagem Matemática

2.1 Primeiro relato: Cultura do Café

O primeiro trabalho a ser relatado foi desenvolvido com estudantes das 3.ª e 4.ª séries[2] do Ensino Fundamental, em horário de contraturno, em uma escola localizada nas proximidades da cidade de Mandaguari. Segundo o relato da professora, a participação dos estudantes ocorreu de maneira voluntária.

Em uma conversa inicial com os estudantes, a professora[3] apresentou, em linhas gerais, a proposta de trabalho que eles desenvolveriam, salientando a importância da participação de todos. Na sequência ocorreu o levantamento de temas de interesse com os estudantes, sendo que a *Cultura do Café* foi a temática escolhida por eles. Um dos motivos desse interesse se deve ao fato

[1] Perspectiva de Burak.

[2] Atualmente 4.º e 5.º ano, respectivamente, dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

[3] Professora Sônia Maria Raimundini - 1990.

de a maioria dos envolvidos serem filhos de agricultores e acompanharem seus pais, em alguns momentos, na lavoura.

O trabalho teve como objetivo verificar, a partir de dois tipos de café, se a quantidade de mudas necessárias para o plantio de um alqueire de terra seria alterada se a disposição das mudas ocorresse em linhas ou colunas. Segundo a professora, o objetivo do trabalho foi delineado pelos estudantes, após realizarem pesquisa em uma cooperativa de cafeicultores da região e participarem de palestras ministradas por agrônomos especialistas em café.

O estudo foi realizado considerando-se um terreno de dimensões 200m x 121m. Por questões didáticas, o trabalho foi dividido em quatro etapas: medidas do terreno; número de linhas; número de covas; número de mudas.

Na sequência ocorreu o trabalho de campo, no qual estudantes e professora foram a um sítio, que estava sendo preparado para o plantio de algodão, realizar as medições necessárias.

No momento da realização das medições surgiu a primeira questão a ser discutida pelo grupo: *Qual seria o melhor instrumento de medida a ser utilizado na atividade proposta?* Na tentativa de responder ao questionamento, várias sugestões foram apontadas pelos estudantes, entre elas: passos, metro, régua. Essa situação se revelou diferente das que ocorrem na maioria das salas de aula, uma vez que os estudantes estavam no local onde residia o interesse do grupo.

No modelo convencional de aula, geralmente, as unidades de medida, como as sugeridas pelos estudantes, são validadas a partir de atividades práticas, o que não acontece com unidades de medida maiores. Na atividade proposta, os estudantes vivenciaram que, para responder ao questionamento inicial, os procedimentos teriam que ser outros. Esse momento privilegiou a troca de ideias entre os envolvidos. O dono do terreno, que acompanhava o desenvolvimento da atividade, emprestou uma corda de 20m para a efetivação das medições.

A primeira medida a ser demarcada foi o perímetro do terreno. A cada 20m era colocada uma estaca, recolhida no sítio pelos próprios estudantes, com o intuito de marcar o espaço já medido. Foi utilizado também o metro para obter com precisão a metragem de 200m x 121m.

A professora, percebendo as dificuldades dos estudantes em relação ao conceito de área durante o trabalho de campo, ao retornar à sala de aula, orientou atividades com superfícies menores, as quais foram sendo ampliadas gradualmente. A ideia utilizada foi a do completamento do plano, inicialmente em pequenas superfícies retangulares de cartolina, com quadrados

de 1cm de lado, ou peças do material dourado: 5cm x 8cm, 10cm x 8cm, 10cm x 10cm, 15x 20cm. Ao final das atividades propostas, os estudantes perceberam que utilizando a ideia de linhas e colunas, ou seja, multiplicação retangular, o resultado era obtido mais rapidamente.

O passo seguinte envolveu a representação do terreno no caderno. Para tanto, se fez necessário trabalhar a noção de escala. Inicialmente, o trabalho envolveu ideias simples de redução de medidas do terreno por divisão. Assim, a atividade envolveu divisões por 5, 10, 20, 25, 50 e 100. A noção de escala foi introduzida como uma forma de sistematização, após a ideia ter sido compreendida pelos estudantes. A discussão entre os participantes, já em sala de aula, mostrou que o tema despertou o interesse do grupo e que dizia respeito à necessidade de compatibilizar as dimensões do terreno com a medida dos vários tamanhos de cartolina disponíveis.

Ao final do trabalho, foi possível constatar que há diferença na quantidade de mudas para o plantio de um alqueire de terra, nos dois tipos de café, sendo que a opção pelo plantio no sentido das linhas (vertical) se mostrou ser a mais vantajosa.

Embora a professora não explicite diretamente qual conteúdo matemático foi abordado, a análise do material, permitiu identificar: perímetro, área, sistema de medidas, transformação de unidades, proporção, escala, fração, números decimais, operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números inteiros e decimais e tratamento da informação.

2.2 Segundo relato: Leite e Produção de Queijo

O segundo trabalho relatado, e que teve como aporte teórico a Modelagem, na perspectiva de Burak, foi desenvolvido em uma turma de final de ciclo II (5.º ano do Ensino Fundamental), composta por 25 estudantes, em uma escola municipal situada no distrito de Jacutinga, interior do município de Francisco Beltrão, estado do Paraná.

A professora[4] descreve a turma como sendo heterogênea e formada por estudantes na faixa etária de 10 a 14 anos, que apresentavam em sua totalidade as seguintes características: dificuldade de relacionamento, não acostumados a trabalhar em grupo, filhos de pequenos agricultores da região e familiarizados com a vida no campo.

Um aspecto curioso relatado pela professora é o número expressivo de estudantes que aspiravam abandonar a vida no campo e residir nos grandes

[4] Professora Ana Elisa Hellmann Steinbach - 2000.

centros urbanos. Esse desejo tinha como alicerce percepções que consideravam o trabalho no campo árduo e às vezes vergonhoso.

O desenvolvimento da proposta de trabalho em sala se iniciou com a escolha do tema pelos estudantes. Em virtude das características da turma, a temática selecionada foi *Leite e Produção de Queijo*.

O passo seguinte centrou-se na coleta de dados, o que apontou a necessidade de o grupo conhecer a associação dos produtores da região, bem como uma queijaria e um produtor de leite. Com o intuito de obter informações mais específicas desses setores produtivos, os estudantes decidiram realizar uma entrevista com alguns funcionários.

Devido à abrangência das particularidades de cada setor produtivo, a turma foi dividida em pequenos grupos, em que cada um pesquisou um tema em particular e todos tiveram a oportunidade de conhecer a queijaria e o produtor de leite. A respeito dessa dinâmica adotada, a autora coloca que um grupo se aprofundou na parte organizacional da associação, outro pesquisou a respeito do cuidado com os animais, outro buscou detalhes envolvendo especificamente a produção do leite, enquanto outros dois grupos pesquisaram a fabricação e a comercialização do queijo.

O passo seguinte envolveu a realização de um seminário, que teve como objetivo socializar os dados coletados por cada um dos grupos. Essa ação provocou o levantamento de algumas questões pelos estudantes a respeito dos resultados obtidos, a saber: *1) fabricar queijo agrega valor ao leite?; 2) qual a produção da queijaria?; 3) quantas vacas são necessárias para manter essa produção estável?; 4) qual é o custo para manter esses animais?; 5) como é a alimentação desses animais?; 6) qual a média de leite por animal e por produtor?; 7) qual a porcentagem do volume total de leite de cada produtor?; 8) qual o custo de produção do leite e do queijo?; 9) qual a diferença nos lucros industrializando o leite ao invés de entregá-lo ao laticínio?; 10) qual o custo para manter a queijaria?; 11) quais os equipamentos necessários?; 12) o que é necessário para produzir um quilo de queijo?; 13) como funciona o pasteurizador?; 14) como é feita a venda do queijo?; 15) qual a produção mensal?; 16) qual a receita final mensal da queijaria e de cada produtor?* (STEINBACH, 2000, p. 67-68).

Segundo a docente da turma, responder a esses questionamentos ensejou a realização de diversas pesquisas e possibilitou abordar diferentes conteúdos, tanto matemáticos como das demais áreas do conhecimento.

Em relação à Matemática, a professora relata que o desenvolvimento da atividade favoreceu o trabalho com sistema de medidas e porcentagem

de maneira significativa para os estudantes, uma vez que os cálculos realizados tinham por objetivo responder aos questionamentos provenientes da pesquisa exploratória realizada anteriormente por cada um dos cinco grupos.

A professora coloca que os estudantes, ao participarem da experiência com a Modelagem, demonstraram mais envolvimento nas aulas. O fato de escolherem o tema a ser pesquisado teve um efeito positivo na condução do trabalho e fez com que eles, apesar da pouca idade, assumissem a responsabilidade de cumprir o que era acordado em sala.

A ansiedade dos estudantes em realizar as atividades propostas nem sempre foi fácil de contornar, mas com certeza motivou as aulas. Para a professora, o envolvimento dos pais foi outro aspecto importante observado durante o decorrer do trabalho com a Modelagem. O desenvolvimento da atividade também permitiu aos estudantes participarem ativamente do processo de ensino e aprendizagem. Outro aspecto importante relatado pela professora faz referência ao trabalho interdisciplinar ocorrido.

A curiosidade dos estudantes foi muito além do que havia sido planejado para as aulas, suscitando reflexões críticas a respeito de algumas questões de ordem social relacionadas às pequenas propriedades, como: a baixa renda familiar, o excesso de mão de obra e a necessidade de se buscar alternativas para reverter a situação difícil em que muitas famílias se encontravam. A questão ambiental também se fez presente ao se perceber que o desgaste e a poluição do solo são problemas que afetam diretamente as condições de sobrevivência das gerações futuras de agricultores.

2.3 Terceiro relato: Confecção de Brinquedos para Caridade

O terceiro trabalho a ser relatado envolve uma atividade realizada com duas turmas de 6.º ano, em uma escola da rede particular de Ponta Grossa.

O professor[5] responsável pelo desenvolvimento da atividade relata que, antes de iniciar o trabalho com as turmas, sentiu insegurança em propor uma atividade diferente da qual estava acostumado a realizar. Porém, a certeza de que precisava mudar sua prática pedagógica, somada à vontade particular de trabalhar com a Modelagem, na perspectiva da Educação Matemática, fez com que desenvolvesse o trabalho.

Segundo o professor, o trabalho efetivo em sala de aula se iniciou a partir de uma conversa informal com os estudantes, em que foram solicitadas sugestões de assuntos para serem abordados nas aulas de Matemática. Passada a surpresa com o pedido do professor, os estudantes começaram a

[5] Professor Lenilton Kovalski - 2012

expor suas ideias. Embora tenham sido explicitados vários temas, as duas turmas optaram por um único, *Confecção de brinquedos para caridade*. Possivelmente essa escolha tenha sido influenciada pelo espírito natalino que envolvia a cidade.

Com a definição do tema, o professor orientou os estudantes a respeito da necessidade de decidir o que seria produzido. Foi o momento da pesquisa exploratória, que teve como objetivo não apenas levantar custos, mas também constatar a viabilidade do material a ser escolhido, uma vez que deveria atender a algumas particularidades, como ser de fácil manuseio em sala de aula, ser atóxico, ter um custo acessível, entre outras.

Após a pesquisa exploratória inicial ter sido concluída, o professor relata que, com os dados obtidos, os estudantes começaram a sugerir brinquedos para serem confeccionados. Nesse momento o professor orientou os estudantes a respeito da necessidade de decidirem a que público o material confeccionado se destinava, ou seja, quem iria receber os brinquedos? A resposta a esse questionamento ensejou conhecer algumas instituições que atendiam crianças carentes, ação que resultou na escolha de duas instituições bem próximas à escola, pois facilitaria o deslocamento dos estudantes no momento da entrega dos brinquedos.

Concluída a definição das instituições que receberiam os brinquedos, o grupo voltou a focar na escolha de quais seriam produzidos. Foram escolhidos *o jogo da velha* e o *jogo do sapinho*, sendo que cada uma das turmas envolvidas assumiu a responsabilidade pela produção de um deles. Os estudantes decidiram ainda que ambos seriam confeccionados em EVA.

Com relação à obtenção de recursos para o desenvolvimento da atividade, entre as várias sugestões apontadas, a opção escolhida foi a de que cada estudante, na medida de suas possibilidades, economizaria uma quantia diária para a aquisição dos materiais. Esse momento contou com a participação direta de alguns pais, que, vendo o envolvimento dos filhos, incentivaram e contribuíram com a obtenção de recursos.

Para o professor, a pesquisa exploratória favoreceu o diálogo entre os envolvidos, possibilitou a alguns estudantes, antes vistos como desinteressados e indisciplinados, serem percebidos como receptivos e integrados ao contexto de sala de aula e suscitou a possibilidade de um trabalho coeso com outras componentes curriculares, como Arte, Ciências e História.

Especificamente em relação à Matemática, o professor relata que a riqueza dos dados obtidos, por meio da pesquisa exploratória, permitiu abordar todos os conteúdos previstos para o quarto bimestre, rever alguns

já trabalhados anteriormente, bem como avançar para os de anos seguintes, nesse caso, fazendo-se as adaptações necessárias.

O conteúdo sistema de medidas, especificamente a parte das grandezas de valor, previsto para o 4.º bimestre, foi explorado de maneira significativa a partir da questão levantada, no início dos trabalhos, que explicitava a preocupação do grupo com o custo do que seria produzido e como os recursos seriam obtidos.

O conteúdo área de figuras geométricas, previsto também para o 4.º bimestre, foi abordado quando da confecção dos brinquedos e das suas respectivas embalagens de presente, momento que oportunizou o trabalho com o sistema de medidas (transformação de unidades envolvendo m, cm e mm) e as operações com números racionais.

Como o grupo estava ciente da necessidade de minimizar o desperdício de material, em função das dificuldades vivenciadas para a obtenção dos recursos financeiros, as medições e os cálculos realizados tiveram significado para os estudantes.

Buscando maximizar a produção, os estudantes apreenderam que a quantidade de brinquedos produzidos estava diretamente relacionada à quantidade de material disponível, fato que favoreceu o trabalho com o conteúdo de função, mais especificamente com as ideias de função. É importante colocar que esse conteúdo é abordado, com mais profundidade, no 9.º ano do Ensino Fundamental e/ou 1º ano do Ensino Médio.

O trabalho com a ideia de função reforça que o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem, na perspectiva assumida, não exclui o professor do processo de ensino e aprendizagem, mas o coloca na posição de mediador e articulador de toda ação pedagógica realizada, visto ser ele o responsável em adequar o conteúdo abordado, de modo que os estudantes possam ver significado no que realizam durante as aulas.

No início do relato da atividade, o professor coloca que um dos motivos que o impulsionaram a utilizar a Modelagem envolvia o fato de não conseguir despertar o interesse de seus estudantes, pois à medida que o desinteresse deles aumentava o desempenho caia. Essa situação, no decorrer do desenvolvimento da atividade, foi profundamente modificada, pois o envolvimento dos estudantes fez com que as ações realizadas em sala extrapolassem esse ambiente.

O final da atividade culminou com a entrega dos brinquedos às instituições escolhidas. O professor relata o quanto foi gratificante vivenciar a

alegria que os estudantes sentiram no momento em que os brinquedos foram entregues e de como sua relação com eles melhorou.

3 Considerações gerais

Tendo em vista as descrições dos trabalhos, é possível depreender os múltiplos aspectos pedagógicos envolvidos na realização de uma atividade de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática. Assim, puderam-se constatar os ganhos pedagógicos auferidos pelo interesse dos estudantes, como na descrição da professora que desenvolveu a *Cultura do Café*.

O fato de buscar elementos para o estudo em situações de campo parece dar mais sentido e significado ao conteúdo abordado. As discussões e trocas de ideias sobre qual seria o instrumento mais adequado à realização das medições do terreno em estudo exigiram a mobilização de conhecimentos e ideias do grupo como um todo. Assim, o trabalho em grupo, que permeia o trabalho com a Modelagem, encontra respaldo na teoria de Vygotsky ao considerar que os signos e a linguagem estabelecem uma relação de mediação entre o homem e a realidade. As discussões e trocas de ideias mencionadas nas atividades envolvem ainda a linguagem, a qual Vygotsky atribui importância fundamental em relação à dimensão social, interpessoal, na construção do sujeito psicológico.

Outro fato a destacar é a importância das interações entre os participantes do grupo. A interação entre estudantes, e entre professor e estudantes, visando à aprendizagem, também se constitui objeto de estudo de Vygotsky. Assim, conforme Camargo (1999, p. 67), "trata-se de uma interação que permite aos sujeitos envolvidos apropriarem-se do conhecimento produzido, e acumulado pelos homens no decorrer da história".

Seguindo por essa mesma linha de pensamento, Oliveira (1993) percebe a interação social como sendo fundamental, uma vez que, a partir das relações que o sujeito estabelece com o mundo externo, ele internaliza os elementos da sua cultura e vai construindo o seu universo intrapsicológico.

É importante pontuar que nessas interações emerge o imbricamento de relações em que coexistem diferenças e semelhanças, o indivíduo vive situações coletivas, interpsiquicamente. Esse processo de internalização da realidade, segundo Camargo (1999, p. 68), desencadeia o desenvolvimento de funções psíquicas elementares, transformando-as em superiores. Para melhor compreensão da dinâmica entre as relações sociais, a aprendizagem

e o desenvolvimento humano, Vygotsky (1989) propõe o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP).

A Zona de Desenvolvimento Proximal se fez presente nas três descrições apresentadas. No primeiro relato, quando das trocas entre os participantes envolvendo a ideia de área de uma superfície, sobre a compatibilização entre o tamanho da folha de cartolina e as medidas do terreno no segundo trabalho, quando da escolha da unidade de medida mais compatível para o caso em estudo, no terceiro relato, quando da decisão do tamanho de cada modelo de brinquedo a ser confeccionado. Portanto, nesses relatos, é possível perceber aproximações importantes entre a teoria de Vygotsky e a Modelagem, na perspectiva assumida.

Outro aspecto evidenciado pela descrição das atividades envolve a Aprendizagem Significativa de Ausubel. Ela fica mais evidente quando a professora menciona a série de atividades que ajudaram na formação do conceito de área de uma superfície. As atividades realizadas envolvendo o completamento do plano consistiram no que Ausubel, em Aragão (1976, p. 42), chama de *organizadores prévios*. Essa situação pode ser comum nas atividades de Modelagem, visto que, em circunstâncias específicas, ocorre a possibilidade de o trabalho envolver conceitos, ou conteúdos, ainda não incorporados na estrutura cognitiva dos estudantes.

Ao considerar as implicações pedagógicas do modelo de estrutura psicológica do conhecimento − estrutura cognitiva − e dos fatores que influenciam o acréscimo e a organização de ideias nesta estrutura, Ausubel, segundo Aragão (1976), trata do uso de organizadores prévios do material de aprendizagem, do que deve ser ensinado, o que implica em manipulação deliberada da estrutura cognitiva, a qual pode ser realizada de duas formas: substantivamente ou programaticamente.

A manipulação realizada substantivamente se caracteriza pelo uso de conceitos e princípios substantivos de uma determinada disciplina, neste caso, a Matemática, de modo a possuir mais poder explicativo, inclusividade e relacionabilidade com o conteúdo, neste caso, o conceito de área de uma superfície. Por outro lado, a manipulação realizada programaticamente envolve o emprego de métodos de seleção e ordenação de conteúdos que aumentam a clareza e estabilidade da estrutura cognitiva, tendo em vista a aprendizagem.

Assim, nessa perspectiva das proposições ausubelianas, Aragão (1976) coloca que o processo de ensino consiste fundamentalmente em influenciar a estrutura cognitiva, pela organização do conteúdo e pelo arranjo de

experiências cognitivas anteriores do estudante, de modo que a aprendizagem e a retenção subsequente sejam facilitadas.

Portanto, a Modelagem na Educação Matemática oportuniza uma forma diferenciada de ensino com vistas à aprendizagem.

Nas atividades desenvolvidas, as etapas propostas por Burak e Aragão (2012), além dos princípios que devem nortear os trabalhos com a Modelagem, se fizeram respeitados.

Nas três atividades relatadas, os estudantes escolheram o tema a ser abordado (*Cultura do Café, Leite e Produção de Queijo, e Confecção de Brinquedos para Caridade)*, corroborando a primeira etapa sugerida por Burak e Aragão (2012).

A etapa da pesquisa exploratória, no caso do trabalho envolvendo a *Cultura do Café,* aconteceu em uma propriedade, isto é, no local onde estava o interesse do grupo. No segundo tema descrito, a pesquisa exploratória deu-se na associação dos produtores de queijo, envolvendo os produtores e funcionários desse segmento. Com relação ao terceiro tema, a pesquisa exploratória aconteceu principalmente na internet, mas também contou com consultas a pessoas ligadas à área de artesanato.

A etapa que se denomina levantamento do(s) problema(s) ficou estabelecida na atividade *Cultura do café*, quando da determinação do número de mudas por alqueire. No tema que envolve *Leite e Produção de Queijo*, a resolução do problema comportou quinze questões. E no tema *Confecção de Brinquedos para Caridade* envolveu os questionamentos: o quê? (quais brinquedos seriam confeccionados), para quem? (para quem se destinavam os brinquedos produzidos), como? (qual seria o material e como obteriam os recursos).

A quarta etapa que trata da resolução do problema, ou dos problemas, foi realizada e envolveu os conteúdos matemáticos quando da busca de respostas às questões levantadas.

A etapa que trata da análise crítica da solução, ou das soluções, no caso do tema relacionado à *Cultura de Café*, evidenciou que a opção pela forma vertical de plantação contempla um maior número de mudas, possibilitando um melhor aproveitamento do espaço. Em relação ao tema *Leite e Produção de Queijo*, a análise crítica das soluções favoreceu discussões relativas a aspectos que extrapolaram os conteúdos matemáticos, ao constatar que tanto a degradação do solo como a poluição são problemas com implicação direta à condição de trabalho e à sobrevivência das gerações futuras.

Situação análoga foi evidenciada com o tema *Confecção de Brinquedos para Caridade,* ao abranger questões como solidariedade e cidadania.

Os conteúdos matemáticos que foram contemplados, principalmente no momento da busca de respostas às questões levantadas, mostram a necessidade de ruptura com a visão linear de perceber o currículo de Matemática. Constata-se pelas descrições que são os problemas propostos que determinam os conteúdos matemáticos a serem trabalhados.

Outro aspecto importante que se faz presente em trabalhos com a Modelagem, delineados a partir da perspectiva assumida, e que se fez presente nas três atividades descritas, diz respeito ao fato de favorecer o trabalho com o *currículo em espiral*[6], ou seja, oportunizar ao estudante rever determinado conteúdo mais de uma vez, em variados graus de profundidade e representações.

Ainda, depreende-se que essa forma de trabalhar a Modelagem oportuniza o desenvolvimento de uma ação pedagógica que rompe com a visão disciplinar e favorece a interlocução com outras áreas do conhecimento.

Portanto, a Modelagem, na perspectiva assumida e desenvolvida pelos professores, parece apresentar um potencial metodológico capaz de favorecer o desenvolvimento de um estudante mais atento, mais crítico, mais autônomo e dar sentido e significado à Matemática estudada, assim como capaz de formar um cidadão mais preparado para fazer frente às solicitações do século XXI.

Referências

ARAGÃO, R. M. R. de. **Teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel**; sistematização dos aspectos teóricos fundamentais. Tese (Doutorado) - FE/UNICAMP. Campinas, 1976.

BURAK, D.; ARAGÃO, R. M. R. de. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa.** Curitiba: CRM, 2012.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Educação matemática: contribuições para a compreensão de sua natureza. In: **Acta Scientiae** (ULBRA), v. 10, jul – dez, 2008, p. 93 - 106.

CAMARGO, J. S. Interação professor-aluno: a escola como espaço interativo. In: MARTINS, J. B. *et al* . **Na perspectiva de Vygotsky**. São Paulo: Editora Quebra Nozes, 1999.

[6] Expressão criada pelo psicólogo americano Jerome S. Bruner no início da década de 60.

KOVALSKI, L. **Receptividade ao trabalho com modelagem matemática por parte das instituições de ensino**. 2013. 58 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2013.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky**: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 1993.

RAIMUNDINI, S. M. **Modelagem matemática**: uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática de 3.ª e 4.ª séries do 1.º grau. Guarapuava, 1990. 46 p. Monografia (Especialização em Ensino de Matemática e Ciências de 1.ª a 4.ª série). Fundação Faculdade Estadual de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava, 1990.

STEINBACH, A. E. H. **Pecuária leiteira**: um estudo mediado pela modelagem matemática. 2000, 126f. Monografia (Especialização em Matemática) – Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO – Faculdade de Ciências Humanas de Francisco Beltrão, 2000.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 3. ed. São Paulo: M. Fontes, 1989.

5

Modelagem Matemática: o relato e implicações de uma experiência no Ensino Médio

Fábio Roberto Vicentin

1 Introdução

Por vivermos em um mundo complexo, o homem necessita de muitos conhecimentos para subsistir. Um deles é a Matemática, que faz parte do cotidiano das pessoas e está inserida em quase tudo o que se faz, e é por esse motivo que não se deve pensar nela como algo abstrato, difícil de compreender e distante da realidade.

Nossa experiência como professor de Matemática revela que se faz necessário, além de outros aspectos, adotar uma metodologia de ensino que atenda às necessidades de formação do aluno como ser social crítico e com capacidade de enfrentar os desafios do meio em que vive. Para tanto, é pertinente repensar as metodologias de ensino utilizadas nas escolas que, muitas vezes, priorizam a memorização em detrimento da compreensão dos conceitos matemáticos.

Dos anseios e inquietações provocados pela prática docente do autor, na qualidade de professor do Ensino Fundamental e Médio do estado do Paraná, surgiu esta pesquisa, que propõe a utilização de uma metodologia de ensino de Matemática capaz de proporcionar a abordagem de situações reais do cotidiano das pessoas em sala de aula. Daí surge a questão central deste trabalho: Modelagem Matemática pode auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem de alunos que apresentam dificuldades de compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos?

O trabalho faz o relato, descreve e interpreta resultados de uma pesquisa sobre um tema envolvendo a Modelagem, em uma turma de 3ª série do Ensino Médio, e teve como objetivo principal identificar ou perceber aspectos que evidenciem se o uso dessa metodologia promove uma melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Precedendo a descrição da atividade de modelagem serão feitas algumas considerações teóricas sobre a Modelagem Matemática. Na sequência serão realizadas análises e reflexões sobre a experiência com a Modelagem Matemática e, ao final, algumas considerações a respeito das dificuldades enfrentadas e das contribuições que essa metodologia de ensino proporcionou ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

2 Referencial teórico

Analisando aspectos da história da Educação Brasileira, constata-se que tivemos uma das maiores crises no ensino de um modo geral, e em particular no ensino de Matemática, nas últimas três décadas (BURAK, 1992).

O mesmo autor expõe que o ensino de Matemática, na maioria das escolas, dá ênfase às regras e à memorização para as respostas às questões matemáticas. "É comum observar-se nos cadernos dos alunos de qualquer nível, 1º e 2º graus, modelos e, a seguir, uma lista de exercícios relativos àqueles modelos" (BURAK, 1992, p.68). Essa prática, que prioriza a incorporação mecânica, faz com que os conteúdos ou conceitos matemáticos veiculados aos alunos sejam esquecidos com facilidade. Além disso, de acordo com a teoria de Ausubel "[...] a informação aprendida mecanicamente inibe a aprendizagem de nova informação similar" (NOVAK, 1981, p.66).

A aprendizagem significativa na perspectiva ausubeliana é um processo no qual uma nova informação é relacionada a um aspecto relevante, já existente na estrutura de conhecimento de um indivíduo. Portanto, o professor deve enfatizar a compreensão de conceito e não a memorização. Dar ênfase à construção de conceitos matemáticos pelos alunos faz com que eles se tornem ativos na sua aprendizagem.

Mesmo havendo decorrido mais de uma década, a situação a seguir reflete em grande parte o momento atual vivido em sala de aula.

> A situação atual nos mostra salas de aula que acolhem (na escola pública) de 40 a 50 alunos. Aulas expositivas, na maioria das vezes, sem qualquer participação dos alunos, assuntos estéreis e sem nenhuma relação com a prática, ênfase apenas em simbologia desnecessária, regras e memorização, aliadas a um sistema de avaliação extremamente perverso, punindo as idéias e o processo de construção do raciocínio e, conseqüentemente desestimulando a criatividade. As conseqüências desse tipo de ensino, privilegiando o "como fazer", transformam o livro texto em um "ente todo poderoso", nada havendo para ser discutido, para ser acrescentado e onde tudo já está pronto e acabado, fazendo do "ensino" uma mera repetição de fórmulas e problemas (BURAK, 1992, p.43) [sic].

Dessa forma, as pessoas não conseguem compreender que a matemática é um dos instrumentos para a compreensão do mundo que as cercam. A maioria das pessoas acredita que a matemática é totalmente desvinculada da realidade, além de não conseguirem perceber as aplicações dessa disciplina em seu dia-a-dia, quando, por exemplo, vivenciam situações de sua rotina

em que utilizam a Matemática: o pedreiro ao estabelecer a proporção entre a areia e o cimento para fazer a massa; o marceneiro projeta e constrói um guarda-roupa; o engenheiro ao realizar os cálculos de estrutura de um edifício; e outras inúmeras situações do cotidiano que nos fornecem provas da real importância e das aplicações da Matemática.

> E na escola, como fica o ensino da matemática? Por que parece tão diferente a matemática que se estuda na escola e que a que se aplica no dia a dia? Por que o aluno consegue resolver entre os amigos ou mesmo em outra atividade, problemas às vezes mais difíceis do que aqueles propostos em sala de aula pelo professor? (BURAK, 1987, p.16).

Apesar de há muito tempo estarem sendo discutidas essas questões apontadas por Burak, pouca coisa está de fato sendo efetivada em sala de aula com o propósito de mudar o quadro atual, pois constantemente, ao que concerne à nossa experiência, nos deparamos com alunos que questionam sobre a utilidade da Matemática na vida real. Talvez este fato se justifique porque muitos professores ainda utilizam problemas em sala de aula que nada têm de similar com a realidade do aluno. Logo, urge a necessidade de:

> [...] buscar estratégias alternativas no processo ensino-aprendizagem da Matemática que facilitem sua compreensão e utilização e dessa forma a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real (BASSANEZI, 2002, p.16).

Nessa perspectiva, há a convicção de que a Modelagem Matemática é capaz de despertar o interesse dos alunos, uma vez que as atividades possuem interlocução com diferentes realidades. Tal prática torna possível comprovar a aplicabilidade, em parte, do conteúdo de matemática ensinado em sala de aula.

> O ensino através da modelagem procura propiciar o emergir de situações-problema as mais variadas possíveis, sempre dentro de um contexto fazendo com que a matemática estudada tenha mais significado para o aluno (BURAK, 1987, p. 17-18).

Ainda, o mesmo autor ao conceber o entendimento sobre a Modelagem expõe que:

> A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar

> explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões (BURAK, 1992, p. 62).

Portanto, faz-se necessário adotarmos uma metodologia de ensino de Matemática que proporcione aos nossos alunos uma maior percepção do conteúdo matemático com questões reais que fazem parte de seus cotidianos, dessa forma, tornando-o mais significativo e favorecendo o seu aprendizado.

> Embora reconhecendo outras causas que acabam por comprometer o ensino de Matemática, nos concentramos na pessoa do professor, inspirados pela frase: "A batalha no campo de Educação se ganha ou se perde na sala de aula". O professor é quem convive no dia a dia com os alunos, tentando conhecer seus problemas, tornando-se assim uma pessoa indicada para ajudá-los na solução destes problemas (Idem, 1987, p.16-17).

Nesse sentido, o autor compreende que as dificuldades no ensino de matemática serão suplantadas na medida em que o professor ajude seus alunos a superar suas deficiências em relação aos conceitos básicos da disciplina, oportunizando-lhes as situações-problema que os motivem a pensar e os desafiem a resolvê-las e, também, aproveitando suas experiências anteriores.

Devido à necessidade de fazer uso de situações que possibilitem a construção do conhecimento pelo educando, e percebendo a Modelagem Matemática como meio para isso, Barbosa (2004, p. 4) elucida:

> O ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo.

Ainda, de acordo com D'Ambrósio (1986), a Modelagem constitui-se em um processo muito rico para se enfrentar situações, permitindo a solução efetiva do problema real e não uma simples resolução de um problema artificial.

Na perspectiva de Bassanezi, a Modelagem Matemática consiste em transformar problemas reais em problemas matemáticos resolvendo-os. Para D'Ambrósio, culmina com a solução efetiva de um problema real. Enquanto

que, para Barbosa, o ambiente de modelagem está associado à realização de atividades de problematização e investigação.

Algumas vantagens para o uso da Modelagem Matemática enumeradas por Silveira e Ribas (2008, p.1, parte 2), são:

> 1) Motivação dos alunos e do próprio professor.
>
> 2) Facilitação da aprendizagem. O conteúdo matemático passa a ter mais significação, deixa de ser abstrato e passa a ser concreto.
>
> 3) Preparação para a profissão.
>
> 4) Desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo em geral.
>
> 5) Desenvolvimento do aluno como cidadão crítico e transformador de sua realidade.
>
> 6) Compreensão do papel sócio-cultural da matemática, tornando-a assim, mais importante.

Cabe ainda ressaltar que durante o trabalho com a Modelagem Matemática não se deve deixar de lado as características regionais e os interesses que envolvem a vida dos educandos (SCHEFFER; CAMPAGNOLLO, 1998, p.360). Segundo esses autores a Modelagem Matemática é:

> [...] uma alternativa de ensino-aprendizagem na qual a Matemática trabalhada com os alunos parte de seus próprios interesses e o conteúdo desenvolvido tem origem no tema a ser problematizado, nas dificuldades do dia-a-dia, nas situações de vida. Valoriza o aluno no contexto social que o mesmo está inserido, proporcionando-lhe condições para ser uma pessoa crítica e capaz de superar suas dificuldades.

Ainda que as visões apontadas por outros autores sejam válidas para a Modelagem, neste trabalho optamos pelas perspectivas de Burak (2004), pois ele trata mais especificamente das situações no contexto da Educação Básica; além de se preocupar com o processo de ensino e aprendizagem tal como Ausubel a concebe – preocupação que também é nossa –, e apresenta uma alternativa para os encaminhamentos do trabalho em sala de aula.

3 Experiência com a Modelagem Matemática no Ensino Médio

Este trabalho foi desenvolvido com 39 alunos da 3ª série do Ensino Médio de um colégio da rede estadual, no município de Guarapuava-PR, no primeiro semestre de 2008.

No início do ano letivo, através de conversas informais com os alunos dessa turma, foi possível constatar que a maioria dos alunos não conseguia perceber a aplicabilidade dos conteúdos matemáticos em situações cotidianas, além de alguns conceitos. Ao iniciar o conteúdo de geometria espacial foi possível ainda observar que esses alunos apresentavam muitas dificuldades em relação a conceitos e conteúdos em relação à geometria plana. Com o propósito de checar as possíveis dificuldades de compreensão sobre alguns aspectos da geometria plana, foi aplicado um instrumento contendo questões relativas, mais precisamente, ao conceito e cálculo de área de figuras planas.

A checagem dos resultados da atividade desenvolvida evidenciou dificuldades em solucionar situações que envolviam cálculo de área de figuras planas, já abordado no ensino fundamental.

A atividade continha cinco questões sobre prismas que requeriam o cálculo de área de retângulos e quadrados, para a obtenção da medida da superfície lateral e total desses sólidos. Ao resolver as questões, 25 (vinte e cinco) dos 39 (trinta e nove) alunos calcularam o perímetro dessas figuras. Tal fato enseja que eles confundem o cálculo da área com o perímetro. Outros cinco alunos nem sequer tentaram resolver as questões.

Ao aplicar o cálculo de área em situações práticas, ou seja, para resolver situações do cotidiano, a situação é ainda mais grave, dos 14 (quatorze) alunos que conseguiram realizar o cálculo da área de algumas figuras planas como a do quadrado e do retângulo, apenas quatro conseguiram utilizar esse conceito ou aplicar fórmula para resolver os problemas que foram propostos em duas questões da avaliação. Uma das questões foi a seguinte: Quantos metros quadrados de azulejo serão necessários para revestir internamente a piscina de um clube que tem 1,80m de profundidade, 14m de largura e 20m de comprimento?

Após a correção e análise dos resultados das atividades decidi por realizar uma investigação sobre o que os alunos pensavam sobre área de uma superfície, a fim de perceber o conceito de área que eles possuíam, por escrito. Do total, cinco alunos não souberam dizer o que significa área de uma superfície, mesmo tendo sido trabalhado esse conceito no início do ano letivo, de forma tradicional. Outros cinco responderam que área é um lugar que ocupa espaço. Vinte e cinco alunos disseram que área é a soma dos lados de um quadrado ou de qualquer figura. Apenas quatro alunos responderam que área é a medida de uma superfície plana.

Logo, foi possível constatar que dos 39 (trinta e nove) alunos, apenas quatro possuíam o conceito de área, possibilitando detectar a ausência desse conceito nos demais.

A análise das questões revelou que apesar do conceito de área e sua aplicação terem sido abordadas no Ensino Fundamental, percebe-se que a grande maioria dos alunos apresentou ausência desse conceito, além de não conseguirem estabelecer relações com situações já vivenciadas, portanto, essa dificuldade de compreensão e assimilação do conceito de área tornou-se evidente.

Dessa forma, optou-se por utilizar a metodologia da Modelagem Matemática com o propósito de buscar suprir as deficiências apresentadas pelos educandos e também substituir a abordagem tradicional dos conteúdos matemáticos, na qual o aluno é apenas um receptor passivo, por uma abordagem que o estudante se constitua no sujeito da sua aprendizagem.

O desenvolvimento do conteúdo matemático e o processo de modelagem ocorreram concomitantemente, pois de acordo com Burak (1987, p.84), "em séries e níveis mais adiantados é aconselhável desenvolver simultaneamente o conteúdo e o processo".

De acordo com Burak (1998, p. 32), a Modelagem pode ser encaminhada, em sala de aula, em cinco etapas: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução dos problemas e o trabalho com os conteúdos matemáticos no contexto do tema; 5) análise crítica dos resultados encontrados.

A escolha do tema ocorreu através de votação dos alunos, dos temas sugeridos tanto por eles quanto pelo professor, sendo essa a primeira atividade realizada. O tema escolhido foi denominado 'Morte'. Segundo Burak (1992, p.290), "[...] a escolha do tema deve ser, preferencialmente, dos alunos". Para Biembengut (2005), uma das vantagens do tema ser escolhido pelos alunos é o fato de eles se sentirem participantes do processo.

Os alunos organizaram-se em equipes com, no máximo, quatro integrantes, pois, para Burak (1992), esta é a quantidade ideal para que ocorra uma melhor interação entre seus integrantes. Ainda, o mesmo autor enfatiza "[...] que o trabalho em grupo aprofunda a relação afetiva com o professor" (BURAK, 1992, p.291).

Em seguida, os alunos decidiram quais equipes iriam ao cemitério municipal, Instituto Médico Legal, prefeitura, funerárias, entre outros. Essa etapa foi essencial para o conhecimento sobre o tema, para então, dar início às discussões.

A etapa, definida como pesquisa exploratória, foi realizada pelos alunos em horário extraescolar, através de conversas informais com funcionários da prefeitura, do Instituto Médico Legal, das funerárias, do cemitério

municipal e da capela mortuária; acesso a relatórios do Instituto Médico Legal; e pesquisas na Internet. Essa coleta de dados, além de contribuir para o aprofundamento do tema escolhido, instigou ainda mais a curiosidade dos alunos pelo fato de desconhecerem sobre os aspectos envolvidos com a morte.

O tema despertou na turma uma grande motivação, prova disto é que os alunos começaram a trazer para a sala de aula os tópicos pesquisados, querendo discutir as questões percebidas durante a coleta de dados. Isso foi fundamental na mudança de planejamento pelo professor que teve de antecipar as datas previstas de cada etapa, pois a turma demonstrava-se ansiosa e com grande expectativa em relação ao trabalho a ser desenvolvido.

O interesse é um aspecto fundamental para o sucesso do processo ensino-aprendizagem na sala de aula. Apesar disso, "[...] o ensino tradicional pouco se tem preocupado com esse aspecto" (BURAK, 1987, p. 36).

Os itens mais relevantes pesquisados pelos alunos foram: história do cemitério municipal, túmulos mais antigos, causas das mortes em nosso município, custo de um funeral, custo de planos funerais em Guarapuava e outras cidades, custo de translado de corpos (via terrestre e aérea), formato de um caixão, instrumentos e procedimentos utilizados no Instituto Médico Legal, sala de preparação das funerárias.

Durante a coleta de dados, a equipe responsável pela pesquisa junto ao Instituto Médico Legal, foi indagada pelo funcionário que os atendeu com a seguinte frase: "O que isso tem a ver com a Matemática?"

Essa pergunta nos leva a refletir sobre a questão apontada por Burak (Ibidem, p.15): "Será que as pessoas não chegam a sentir o papel e a importância que a Matemática desempenha em todos os instantes de suas vidas?"

A fala do funcionário confirma o distanciamento da Matemática desenvolvida em sala de aula com questões reais, e essa situação não sofrerá alteração enquanto alguns professores ainda acreditarem que a Matemática deve resguardar características de precisão absoluta e intocável, favorecendo um distanciamento do contexto sociocultural e político. (D'AMBRÓSIO, 1993).

Outro fato curioso percebido pelos alunos durante as visitas às funerárias foi o sistema de filtragem instalado em uma delas. Isso levou os alunos a refletirem sobre a necessidade de filtrar a água, o sangue e alguns líquidos retirados dos corpos, antes de serem soltos na rede de esgoto. Os alunos ficaram muito preocupados ao saber que apenas uma das funerárias de nossa cidade realiza essa filtragem. Esse momento foi extremamente

importante, pois proporcionou reflexões a respeito de questões ambientais de nosso município.

A partir dessa preocupação, os alunos resolveram pesquisar sobre os impactos que os corpos e os cemitérios podem causar sobre o meio ambiente. Os resultados encontrados foram demasiadamente preocupantes, ao descobrirem as doenças que isso pode vir a causar à população. Com o intuito de aproveitar o interesse pelo assunto e objetivando buscar maiores esclarecimentos a esse respeito, o professor entrou em contato com uma palestrante que esclareceu todas as dúvidas sobre o assunto, pois, de acordo com Burak (1992, p. 293),

> Muitas vezes, o professor poderá sentir-se "impotente" diante de algumas situações que ocorrem com o trabalho envolvendo a Modelagem matemática. É o momento em que o professor deverá buscar auxílio de outras pessoas, ou pessoa, para superar a dificuldade encontrada.

A palestra foi fundamental na etapa "interação", como quando Biembengut (2005, p.14) se refere ao "[...] reconhecimento da situação problema e familiarização com o assunto a ser modelado", uma vez que a situação-problema vai clarificando, na medida em que se age reciprocamente com os dados.

Após os dados coletados, alunos e professor buscaram, em conjunto, desenvolver a quarta etapa que trata do levantamento do(s) problema(s) ou da(s) situação(ões)-problema. Nessa etapa, o professor teve uma participação mediadora.

Sendo assim, ocorreu a problematização das informações coletadas, requerendo a seleção e organização daquelas que se relacionavam aos interesses evidenciados nas situações-problema.

A discussão e análise das informações obtidas durante a coleta de dados serviram como base para que os alunos definissem as questões a serem abordadas em sala de aula. Dentre as diversas questões levantadas, as principais foram: calcular o custo de um funeral; realizar o cálculo de preços na construção de túmulos; desenhar a planta baixa do cemitério municipal (antiga e atual); calcular o preço para a construção do túmulo mais luxuoso encontrado no cemitério municipal; compreender matematicamente como se realiza o cálculo do custo do translado de um corpo via terrestre; calcular quantos m^3 de madeira são gastos na construção de uma urna mortuária; comparar os preços dos planos funerais existentes em Guarapuava com os de outros municípios; construir a maquete de alguns túmulos.

Os alunos também deram sugestões dos conteúdos que poderiam auxiliar na resolução, e ao professor coube o papel de analisar se, além desses, poderiam ser explorados outros conteúdos matemáticos não percebidos pelos alunos naquele momento. "Ao professor, cabe o papel de estar muito atento para chamar atenção dos conteúdos que surgem a partir do desenvolvimento do processo desencadeado pelo Método da Modelagem" (BURAK, 1992, p.295).

As sugestões de conteúdos percebidas pelos alunos, que poderiam auxiliar na resolução dos problemas, foram: área de figuras planas, porcentagem, organização de dados em tabelas e construção de gráficos. Nesse momento, o professor sugeriu aos alunos outros conteúdos que poderiam ser explorados durante o trabalho – como equações, fórmulas, relações, médias, funções, unidades de medida, geometria espacial, entre outros –, que naquele momento ainda não haviam percebido a abrangência do tema. Além disso, a participação do professor foi fundamental em relação ao desenvolvimento dos conteúdos programados e também no planejamento das atividades.

Tanto a etapa denominada por Burak como "resolução dos problemas", quanto o trabalho com os conteúdos no contexto do tema exigiram do professor a função de auxiliar seus alunos nas resoluções e na elaboração e validação dos modelos, tornando naquele momento o conteúdo matemático significativo.

Um dos modelos de atividade elaborada pelos alunos foi a seguinte situação-problema: *Quanto se gastará em materiais e em mão de obra na construção de um túmulo simples?* Esse problema surgiu no decorrer do trabalho, portanto se fez necessário uma nova coleta de dados. As equipes realizaram pesquisa de preços dos materiais necessários para a construção, listagem essa obtida através de conversas informais com pedreiros que também informaram o preço da mão de obra. Além disso, mediram as dimensões de um túmulo comum. Cabe salientar que nesse momento houve a necessidade da orientação do professor sobre os itens a serem coletados, para uma melhor resolução da situação-problema. Uma das equipes optou por conversar com um profissional que constrói túmulos, e descobriram que em seu preço já estavam incluídos mão de obra e materiais de construção.

Após a coleta de dados e a realização dos cálculos do custo da construção, os resultados foram analisados e discutidos entre as equipes, concluindo-se que o orçamento mais barato foi o do profissional que já incluía o material de construção. Fato esse que proporcionou uma validação do modelo, uma vez que se considerou os dados reais. Ainda foi possível verificar que o modelo mostrou-se adequado para a resolução da situação-problema.

Nessa etapa, cada equipe propôs possíveis soluções para as situações-problema elaboradas. Essa atividade foi de suma importância, pois evidenciou que os alunos conseguiram por si próprios resolver determinadas situações reais. Sendo assim, o professor teve uma atuação como mediador, orientador e problematizador, sugerindo outras possibilidades de resolução, explorando, dessa forma, todos os conteúdos matemáticos por ele percebidos a cada situação. Durante o processo de resolução, os modelos matemáticos construídos foram explicitados através de tabelas, gráficos, funções, equações, fórmulas, relações, médias, regra de três, porcentagem, medidas, cálculo de áreas de figuras planas, medidas de capacidade, geometria espacial, entre outros.

Durante essa fase da pesquisa foram privilegiados recursos diferenciados, como a utilização de programas computacionais e o uso da calculadora, oportunizando, ainda, a análise, a interpretação e as hipóteses de resolução.

A análise crítica dos resultados encontrados, como definida por Burak, foi a etapa em que o professor oportunizou momentos de análise crítica das soluções sugeridas pelos alunos. Tal circunstância se revelou adequada para relacionar as soluções com a vida real dos estudantes. Essa relação ficou bem caracterizada durante a análise e discussão dos resultados obtidos referente ao custo de construção de um túmulo, como já relatada na etapa anterior.

Essa intensa participação dos envolvidos no tema ensejou a sugestão da apresentação do trabalho aos demais alunos da escola, momento considerado oportuno para compartilhar os resultados da pesquisa, os modelos matemáticos construídos e as experiências vivenciadas pelas equipes durante o processo de modelagem. Vale ressaltar que "a exposição oral e escrita do trabalho" é uma das etapas sugeridas por Biembengut (2005).

No decorrer do trabalho os alunos foram avaliados em cada etapa da Modelagem Matemática com a função de discernir se os objetivos propostos em cada conteúdo foram atingidos. Os principais objetivos propostos foram: compreender a utilização do conceito de área em alguns campos da atuação da atividade humana; aplicar conhecimentos matemáticos para resolver situações-problema do cotidiano e compreender conceitos e conteúdos da Geometria plana e espacial.

Uma vez que todas as atividades desenvolvidas foram realizadas em pequenos grupos, após a realização desse trabalho, senti a necessidade de aplicar uma atividade individual no intuito de perceber o que cada aluno aprendeu, objetivando averiguar de que maneira os alunos passaram a compreender o conceito de área e que realizassem o cálculo de áreas de figuras planas.

Portanto, foram elaboradas dez questões de geometria espacial – sendo uma delas teórica, cujo objetivo era constatar o que eles tinham compreendido por área de uma superfície – que possibilitaram investigar, por meio da análise das respostas dos alunos, se houve compreensão no que se refere ao cálculo de área das principais figuras planas e a sua utilização em situações do cotidiano.

Analisando as respostas dos alunos em relação à área de uma superfície, percebeu-se que houve uma melhor compreensão do conceito de área por parte dos alunos. Os diferentes conceitos elaborados pelos alunos foram: "Área é a medida de uma determinada superfície"; "Área é um número que expressa o tamanho de uma certa superfície"; "É a medida de uma superfície plana"; "É a medida de uma superfície"; "É quantos quadrados de $1cm^2$ cabem dentro de uma figura"; "Área é a medida da superfície de uma figura geométrica"; "Área é a quantidade de superfície". Somente dois alunos não conseguiram formular o seu conceito sobre área.

Através das outras nove questões verificamos que dos 39 (trinta e nove) alunos participantes, 30 (trinta) conseguiram calcular a área das principais figuras planas, além de conseguirem estabelecer relações entre o conteúdo e a realidade através das situações-problema propostas.

4 Análises e reflexões sobre a Modelagem Matemática

Analisando o trabalho com a Modelagem Matemática foi possível perceber um grande interesse da turma, não apenas pelo tema, mas também pelas aulas, uma vez que, os alunos tiveram um papel mais participativo. Em muitas situações que ocorreram, na condição de professor foi muito difícil permitir que os alunos tivessem uma atitude mais participativa, uma vez que, esse papel, na maioria das vezes, é sempre do professor.

A sensação vivenciada inicialmente foi de uma angústia frente a essa situação, que exigia uma redefinição dos papéis do professor e dos alunos. Fato que contribuiu para que o pesquisador se sentisse 'inútil' em diversos momentos, por desenvolver um papel que parece secundário do habitualmente praticado, de forma auxiliar, saindo do centro do processo e tornando-se orientador, discutindo e refletindo em relação à forma de como abordar os conteúdos a partir dos resultados da pesquisa. Porém, a superação dessa postura é primordial para o desenvolvimento das atividades de Modelagem, tendo em vista os resultados alcançados ao final da experiência.

Em outras experiências já vivenciadas nas quais foram utilizadas metodologias diferenciadas, não houve qualquer participação dos alunos,

o que não possibilitou aprendizado significativo e acabou desestimulando a criatividade. Portanto, na experiência vivida houve um avanço em relação a esse aspecto, com a utilização da Modelagem Matemática.

A metodologia utilizada ainda foi capaz de proporcionar a abordagem de situações reais do cotidiano das pessoas em sala de aula. Fato que também foi responsável pelo interesse dos alunos, pois os conteúdos foram aprendidos de maneira mais significativa e compreensiva, além de ser possível demonstrar a aplicabilidade dos conteúdos matemáticos ensinados. Portanto, essa experiência teve grande importância, uma vez que nossos alunos, quando trabalhamos de forma tradicional, na maioria das vezes não conseguem compreender que a Matemática é um instrumento utilizado em diversas áreas do conhecimento e em situações reais.

Em relação ao tema escolhido, bem como quanto ao direcionamento do próprio trabalho, foi oportunizada uma autonomia aos alunos durante o trabalho, pois de acordo com Biembengut (2005, p.23), "[...] os alunos escolhem o tema e a direção do próprio trabalho, cabendo ao professor promover essa autonomia". Esse momento foi extremamente difícil para o professor que não está habitualmente acostumado a permitir essa autonomia aos alunos, mas foi possível constatar um interesse maior dos alunos, sendo que esses tiveram o ensejo de guiar o seu próprio trabalho.

Outros fatores que motivaram os alunos foram o interesse e o conhecimento do professor pelo tema. Para isso, o professor também teve que estudar os dados coletados e realizar pesquisas pela Internet, sendo esse um caminho para melhor orientar os alunos durante a Modelagem Matemática. Pois, de acordo com Biembengut (2005, p.20), "[...] a forma como o professor demonstra seu conhecimento e interesse sobre o tema em questão pode contribuir, significativamente, para a motivação dos alunos".

Durante o trabalho, os alunos tiveram uma participação efetiva no seu aprendizado, observando-se ainda a participação de um maior número de alunos, comparado quando se utiliza o método tradicional. Esse fato é muito bem explicitado por Biembengut (2005, p.32): "Estimular a participação de todos os alunos é um meio de torná-los corresponsáveis pelo aprendizado!"

Pelo fato dos alunos nunca terem realizado uma pesquisa como a que foi proposta, apresentaram muitas dificuldades no início do trabalho, que foram superadas através da orientação do professor durante o seu desenvolvimento. Outro obstáculo enfrentado foi em relação à confecção dos gráficos em computadores, que foi suplantado com a orientação do professor e dos colegas que já tinham o domínio do Excel. Também se verificou uma grande objeção inicial de trabalhar em equipes, através da observação

foi possível constatar que os alunos, em um trabalho em grupo, costumam dividir as tarefas e não compartilhar os dados coletados entre eles. Essa prática já havia sido percebida em outros momentos que antecederam ao trabalho. Acreditamos que este trabalho contribuiu para melhorar esses aspectos, pois de acordo com Biembengut (2005) o ensino da Matemática deve oportunizar ao educando essas capacidades.

Outra angústia vivenciada pelo professor foi o tempo gasto para realizar esse trabalho de Modelagem Matemática, que levou um período de seis meses para trabalhar com conteúdos que, da forma tradicional, seriam necessários apenas dois meses. Apesar disso, deveríamos nos utilizar dessa prática diferenciada, pois durante as discussões e resoluções dos problemas formulados pelos alunos foi possível perceber que houve uma melhor compreensão de como a matemática é utilizada no cotidiano, além de ter ocorrido momentos de aprendizagem significativa. Isso é mais importante do que aprender uma maior quantidade de conteúdos por memorização, pois serão esquecidos em pouco tempo por não ocorrer nesse processo uma compreensão dos conceitos matemáticos.

Vale ainda ressaltar que durante a etapa "resolução dos problemas" os alunos apresentaram diferentes soluções para cada situação-problema elaborada, além de discutirem sobre a melhor maneira de resolvê-la, fato esse evidenciado na solução de todas as atividades propostas pelos mesmos. Uma das situações-problema foi: Quanto se gastará em materiais e em mão de obra na construção de um túmulo simples? Essa questão oportunizou o surgimento de diferentes soluções apontadas pelas equipes, como já descrita na seção 3.

Os alunos demonstraram grande interesse nessa etapa pelo fato de os problemas tratarem de assuntos mais significativos para eles e também estabelecerem relações com situações vividas no cotidiano.

Ainda foi possível perceber, por meio de manifestações espontâneas provenientes da realização de atividades dirigidas envolvendo situações vividas no dia-a-dia, que a maioria dos alunos conseguiu compreender como proceder no cálculo da área das principais figuras planas e também estabelecer relações entre o conteúdo matemático desenvolvido e a realidade através das situações-problema propostas. Logo, essa experiência de ensino da Matemática, através da Modelagem Matemática, além de promover uma grande motivação aos educandos, ainda proporcionou o ensino e aprendizagem dos conteúdos e conceitos matemáticos propostos.

5 Considerações finais sobre a experiência

A execução dessa pesquisa foi um desafio tanto para o professor como para os alunos, porque a utilização de uma metodologia diferente da tradicional exige dedicação, reflexão e pesquisa. No entanto, foi de grande valia essa prática, uma vez que essa proposta sugere uma mudança de postura tanto do professor quanto do aluno no ensino e aprendizagem da Matemática. A utilização da Modelagem Matemática em uma turma regular do Ensino Médio foi um outro grande desafio, pois houve a necessidade de vencer alguns obstáculos como: o preconceito dos pais e da equipe pedagógica da escola, o tempo necessário para o estudo do tema, a utilização do laboratório de informática da escola em horário de aula, entre outros.

Acreditamos que a experiência vivida com a Modelagem Matemática foi de contribuição significativa para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos que, no início do ano letivo, apresentavam dificuldades de compreensão do conceito de área de uma superfície e também no cálculo da área das principais figuras planas. Fato esse que pode ser percebido por meio da análise das atividades propostas aos alunos, antes e depois da metodologia empregada. Esta análise revelou que a maioria dos educandos teve uma melhor compreensão do conceito de área além de entender como proceder no cálculo da área das figuras planas, após as atividades propostas.

Ainda, as atividades desenvolvidas, além de proporcionar aos educandos uma melhor reflexão sobre as situações propostas, levando-os a pensar e refletir, levou-os a criar e utilizar algoritmos próprios na resolução de cada questão. Por exemplo, ao calcular a quantidade de revestimento para um túmulo simples, uma das equipes decidiu calcular a área de cada face a ser revestida e depois realizou a soma dos valores encontrados, ao invés de utilizarem a fórmula da área total de um paralelepípedo ($S_{total} - S_{base} =$ área a ser revestida).

A experiência de ensino da Matemática através da Modelagem Matemática conduziu os alunos ao raciocínio e à compreensão, solucionando problemas de situações concretas de seu cotidiano, partindo do concreto para a abstração, levando-os a compreensão da utilização do conceito de área em alguns campos da atuação da atividade humana.

As situações-problema construídas pelos educandos oportunizaram a elaboração e desenvolvimento de atividades para sua resolução, o que proporcionou a abordagem de conteúdos matemáticos que estavam planejados e de outros que surgiram durante a execução do trabalho.

O tema escolhido apresentou inúmeras possibilidades de exploração, viabilizando o ensino e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos propostos pelos alunos e professor. Houve uma participação ativa, uma vez que o tema abordado está relacionado a situações reais e partiu do interesse dos alunos.

A Modelagem Matemática foi utilizada como meio de mostrar algumas implicações ao envolver o conteúdo matemático às questões sociais que fazem parte da realidade dos educandos, estabelecendo conexões que propiciaram a criação de um espaço para reflexão e desenvolvimento do senso crítico, além de favorecer o aprendizado da Matemática. Um dos fatos que oportunizou liberdade para discussão, reflexão e desenvolvimento do senso crítico foi a preocupação dos alunos sobre a necessidade das funerárias utilizarem um sistema de filtragem. Esse momento criou um espaço para reflexões das questões ambientais de nosso município.

Algumas implicações percebidas decorrentes da atividade de Modelagem Matemática foram: maior envolvimento dos alunos, atividades relacionadas ao cotidiano, liberdade para discussão, reflexões sobre as respostas e situações propostas, utilização de algoritmos próprios em determinadas situações, oportunidade de realizar trabalho em equipe, autonomia para elaborar as situações-problema e na escolha dos conteúdos matemáticos a serem trabalhados. Essas implicações mostram que a adoção de uma forma diferenciada de trabalhar a Matemática, nesse caso a Modelagem Matemática, traz perspectivas promissoras para o seu ensino na Educação Básica.

Referências

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática**: Uma perspectiva. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1. 2004, Londrina. **Anais.** Londrina: UEL, 2004. 1 CD–ROM.

BASSANEZI, R. C. **Ensino – aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2005. 4 ed.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho, Rio Claro, 1987.

______. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo ensino-aprendizagem. 329f. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional). Universidade de Campinas, Campinas, 1992.

______. Formação dos pensamentos algébrico e geométrico: uma experiência com modelagem matemática. **Pró-Mat. Paraná**, Curitiba, v. 1, n. 1, p.32-41, 1998.

______. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: I EPMEM -Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação e matemática. 2 ed. São Paulo: Summus; Campinas: UNICAMP, 1986.

______. Etnomatemática: um programa. **Educação Matemática em Revista**, v.1, p. 5-18, 1993.

NOVAK, J. D. **Uma teoria de educação**. Tradução de Marco Antonio Moreira. São Paulo: Pioneira, 1981, 252 p.

SCHEFFER, N. F.; CAMPAGNOLLO, A. J. Modelagem Matemática uma alternativa para ensino-aprendizagem da matemática no meio rural. **Zetetiké**, Campinas: v. 6, n.10, jul./dez. 1998.

SILVEIRA, J. C.; RIBAS, J. L. D. Discussões sobre Modelagem Matemática e o Ensino-Aprendizagem. **Só Matemática**. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/artigos/a8>. Acesso em 21 jun. 2008.

6

Uma experiência com a Modelagem Matemática no Ensino Médio Profissionalizante

Alzenir Virgínia Soistak

1 Introdução

Atualmente, nas práticas escolares, a Matemática ao lado da Língua Materna formam juntas as disciplinas básicas dos currículos, desde os primeiros anos de escolaridade, independentemente de raças, credos ou sistemas políticos, recebendo importante destaque na formação dos educandos (MACHADO, 2001). Porém, juntamente com outras disciplinas, contribuem para o pouco êxito do sistema escolar, seja no nível de Educação Infantil, Fundamental, Médio ou Superior, nos quais os problemas educacionais são geralmente identificados e as soluções são difíceis de serem encontradas.

Especificamente no ensino da Matemática, esses problemas educacionais são vivenciados no dia-a-dia da sala de aula, refletindo na aprendizagem dos alunos. Quando da indagação sobre a importância da Matemática aos alunos, eles concordam que a disciplina deve ser ensinada na escola. No entanto confessam que encontram dificuldades de aprendizagem e não conseguem relacionar a Matemática presenciada na escola com a Matemática encontrada em situações do cotidiano.

Refletindo sobre a falta de contextualização e aplicação dos conteúdos matemáticos estudados em sala de aula, constata-se a necessidade de mudanças nas práticas escolares. Mudanças que visem tornar o ensino da Matemática mais significativo, que façam das aulas momentos mais agradáveis, proporcionando aos alunos condições mais eficazes de aprendizagem e de aplicação dos conteúdos aprendidos em situações cotidianas e de atividades profissionais.

Procurando reverter a situação de defasagem no sistema escolar, a Educação Matemática propõe que o ensino da Matemática passe a se constituir em um processo de interação entre professor e aluno, em que ambos possam problematizar, refletir e construir conhecimentos matemáticos (DANTE, 1991).

Na proposição da construção do conhecimento matemático, encontramos metodologias diferenciadas para o ensino da Matemática, como jogos, resolução de problemas, etnomatemática, Modelagem Matemática e outras. Dentre elas a que nos chamou mais atenção e interesse foi a Modelagem

Matemática, uma alternativa de ensino que busca relacionar e dar significado ao conhecimento empírico do aluno vivido no seu cotidiano com o conhecimento matemático sistematizado na escola, partindo de um tema de seu interesse.

Assim, diante da possibilidade de mudar nossa prática e tornar o ensino mais atraente e mais eficaz, sentimo-nos instigados a experiênciar e analisar os efeitos da Modelagem Matemática em turmas regulares de ensino nas quais atuamos. Para tanto, estabelecemos como objetivo: analisar a experiência com a Modelagem Matemática em situação de sala de aula, ante a contextualização, a aplicabilidade e a compreensão dos conteúdos matemáticos.

Orientados por tal objetivo, desenvolvemos uma atividade de Modelagem Matemática em uma abordagem de característica predominantemente qualitativa, subsidiando-nos a partir do referencial teórico sobre a etnografia voltada ao trabalho escolar (ANDRÉ, 1995). Os dados da investigação foram coletados durante o desenvolvimento da modelagem em duas turmas regulares da primeira série do Ensino Médio Profissionalizante do Colégio Estadual Agrícola Augusto Ribas, Ponta Grossa, Paraná, em dois anos consecutivos, os quais nos conduziram a resultados significativos, contribuindo para uma mudança da prática escolar.

Em decorrência dos encaminhamentos metodológicos adotados na investigação, optamos por apresentar a seguinte estrutura textual deste capítulo: algumas considerações sobre a modelagem na perspectiva adotada, a descrição das atividades nas duas turmas desenvolvidas e algumas reflexões sobre a experiência desenvolvida.

2 Modelagem Matemática – uma alternativa para o ensino

A falta de contextualização pela qual está passando o ensino de Matemática nas escolas pode ser atenuada pela adoção da Modelagem Matemática. Um dos princípios dessa prática educativa é partir de temas que sejam do interesse do aluno, fato este que pode, ao mesmo tempo, favorecer a contextualização, haja vista que um assunto de seu interesse, provavelmente, estará relacionado ao seu cotidiano.

Para Burak (1992, p. 62) a Modelagem Matemática "[...] consiste em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões". Nesse processo o aluno procura ativamente compreender o mundo que o rodeia,

por meio da sua ação com o objeto, no caso o tema escolhido conforme o seu interesse. O professor assume o papel de mediador na construção do conhecimento, orientador nas ações a serem realizadas, problematizador ao levantar novas hipóteses e desafiar os estudantes às situações novas e desconhecidas, fazendo com que haja reflexão sobre o que se está tentando fazer.

Para o desenvolvimento dessa metodologia Burak (1998, 2004) nos apresenta cinco etapas que proporcionam a significação e formação do conhecimento matemático: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e o trabalho com os conteúdos no contexto do tema e análise crítica dos resultados encontrados. Essas etapas caminham juntas, num constante ir e vir, pois a reflexão sobre o que se está fazendo é muito importante para o bom êxito do trabalho.

Por meio da Modelagem Matemática há possibilidades de o professor proporcionar um ensino com características construtivistas, pois durante as aulas o aluno é ativo no processo e deve, necessariamente, dialogar com o objeto de conhecimento, para tanto, usa mais aspectos de reflexão e análises do que somente a memorização.

Scheffer e Campagnollo (1998, p. 360) salientam que durante a aplicação da Modelagem Matemática não se pode deixar de lado as características regionais e os interesses que envolvem a vida de nossos alunos. Para esses autores a Modelagem Matemática é:

> [...] uma alternativa de ensino-aprendizagem na qual a Matemática trabalhada com os alunos parte de seus próprios interesses e o conteúdo desenvolvido tem origem no tema a ser problematizado, nas dificuldades do dia-a-dia, nas situações de vida. Valoriza o aluno no contexto social que o mesmo está inserido, proporcionando-lhe condições para ser uma pessoa crítica e capaz de superar suas dificuldades.

A formação integral do aluno para atuar em seu contexto social pode ser proporcionada com a utilização da Modelagem Matemática, pois seus problemas e anseios são valorizados na busca da compreensão dos conteúdos matemáticos que estão sendo estudados.

3 Modelagem Matemática no curso profissionalizante

No intuito de oferecer um maior significado ao processo de ensino e de aprendizagem da Matemática e, fundamentados pela Modelagem Matemática, é que utilizamos os princípios dessa metodologia alternativa em duas turmas de primeira série do Ensino Médio Profissionalizante em

que atuamos como professora regente da turma. As orientações e discussões do grupo de pesquisa foram fundamentais para o desenvolvimento de todas as atividades.

Uma primeira turma era composta por 36 (trinta e seis) alunos, com faixa etária variando entre 14 e 16 anos. Nessa turma a Modelagem Matemática foi desenvolvida em duas das quatro aulas semanais, a partir do segundo bimestre de 2004. O tema escolhido através de votação foi a cultura do soja e, sobre esse tema, os alunos reunidos em grupos, pesquisaram o assunto e durante as aulas desenvolveram os conteúdos matemáticos relacionados ao tema e ao currículo proposto para a série.

Na segunda turma, que estava inicialmente composta por 38 (trinta e oito) alunos com faixa etária variando de 14 a 17 anos, a Modelagem Matemática foi desenvolvida no primeiro semestre de 2005. Essa turma também foi dividida em grupos que escolheram o tema e realizaram a pesquisa. Coincidentemente, o tema escolhido foi o mesmo – cultura do soja, um dos motivos de tal escolha se deu pelo fato de o curso profissionalizante oferecer a formação Técnica em Agropecuária, e assim o interesse da maioria dos alunos estar voltado para agricultura.

Os conteúdos curriculares foram desenvolvidos através de vários questionamentos e reflexões relacionados ao tema escolhido, mostrando a contextualização e aplicabilidade do que se estava estudando.

Os dados coletados pela pesquisadora tiveram como principal fonte a sala de aula, por meio de manifestações espontâneas, questionários, depoimentos, observações, estudos e reflexões sobre a prática escolar cotidiana, durante o desenvolvimento da Modelagem Matemática. Essa é uma das características das investigações qualitativas de cunho etnográfico, em que o professor é também pesquisador, que analisa e interage com seus participantes, afetando e sendo afetado por eles e pelo processo (ANDRÉ, 1995).

3.1 Desenvolvimento da Modelagem Matemática com a primeira turma

Para o trabalho com a Modelagem Matemática, iniciamos com uma conversa sobre a importância da Matemática no dia-a-dia e na escola.

Nessa conversa todos concordaram que a Matemática é importante porque está presente em nossa vida e, portanto, necessária de ser aprendida.

Porém, quase que na mesma medida em que a consideram importante muitos alunos a percebem como complicada, difícil, sem graça, chata e confusa, pois envolve vários cálculos e números que, na maioria das vezes,

não serão aplicados em situações reais. Consequentemente não servirá para nada, oferecendo a sensação de que construída somente para alguns alunos que possuem facilidade em entender, os designados "gênios" da sala de aula.

Após essa conversa, comentamos sobre a forma de encaminhamento do trabalho durante o desenrolar da atividade de Modelagem Matemática e sentimos que os alunos se entusiasmaram com a possibilidade de aprender Matemática de modo mais relacionado com seu cotidiano. Ao escolherem o assunto que iriam estudar, manifestaram a preocupação com a "nota", perguntando se essa metodologia ajudaria a melhorar a nota ao final do bimestre.

Após explanação sobre a Modelagem Matemática, levantamos alguns assuntos que pensamos ser de interesse ao serem estudados. Como o curso é profissionalizante em Agropecuária, os assuntos se voltaram para aqueles que visam ao futuro campo de trabalho dos alunos, como: criação de bovinos, cavalos, aves, agricultura do soja ou milho, clonagem de animais e um grupo sugeriu o histórico do colégio.

Na impossibilidade de abordar todos os temas sugeridos, passamos a uma votação para que se escolhesse um tema comum à turma, facilitando, naquele momento, o trabalho de professor e alunos e, também, para estabelecer o confronto entre os resultados dos grupos.

Durante a exposição de cada tema houve muita discussão entre os alunos, alguns defendendo o que propuseram e outros mudando de opinião, achando os outros temas interessantes. Nessa aula não foi possível realizar a votação, ficando para a aula seguinte, depois de cada um refletir e definir qual o tema estaria disposto a pesquisar.

Após a votação que teve como tema escolhido – *a cultura do soja*, os alunos divididos em seis grupos, ficaram responsáveis em coletar os dados que considerassem mais relevantes sobre essa cultura e expor aos demais grupos, interagindo entre eles. Contemplando nesse momento a segunda etapa proposta por Burak (2004).

Nessa etapa, alguns grupos sentiram dificuldades para coleta de dados e na data marcada para começarem as apresentações das pesquisas por cada grupo, essa não havia sido realizada, os alunos alegaram falta de tempo para realizarem a pesquisa, e que o tema era muito amplo e não sabiam o que fazer.

Conversamos novamente sobre o assunto e enumeramos algumas considerações que poderiam ser levantadas na pesquisa, como a área a ser plantada, tipos de sementes, investimento, lucro e outros e um novo prazo foi estipulado para os grupos se organizarem.

Na nova data marcada começaram as apresentações de cada grupo sobre vários assuntos, conforme quadro a seguir, que proporcionaram questionamentos e dúvidas. Houve, infelizmente, alguns alunos que ficaram apáticos, não participando das apresentações.

Quadro 1 - Temas abordados sobre a cultura do soja

Grupos	Temas abordados
1	Importância da análise do solo para o correto plantio da soja;
2	Variedades do soja, aumento da produção e sobre o valor nutricional do grão;
3	Gráfico da margem de lucro, perda e custo da safra do soja;
4	Tabela com variação do preço em dólar dos principais produtos derivados do soja (óleo, farelo e grãos) no intervalo de 1992 a 2004;
5	Principais regiões que cultivam o soja e insumos utilizados nessa cultura;
6	Fórmula de cálculo para perdas em hectares.

Fonte: Alunos

Partindo de um quadro apresentado pela quarta equipe foi levantada a situação de saber estabelecer e montar as porcentagens de aumento e variação que os produtos sofreram durante esses anos. Durante a apresentação dessa tabela os próprios alunos colocaram o problema de saber analisar a variação dos preços e das quantidades produzidas que ali estavam apresentadas de modo mais prático, por porcentagem. Assim, houve a necessidade de aprofundar o assunto de porcentagem e regra de três, complementando esse conteúdo com os exercícios propostos pela apostila.

Quadro parcial apresentado pelo grupo 4:

Quadro 2 - Exportação da soja

ANO	PRODUTO	VOLUME (TONELADAS)	VALOR US$ (TON)
2002	Grão	15.970	190
2002	Farelo	12.517	176
2002	Óleo	1.934	402
2003	Grão	18.890	216
2003	Farelo	13.602	191
2003	Óleo	2.486	496

Fonte: Colégio Agrícola.

Também aproveitamos para fazer uma análise sobre as cotações do dólar em relação às outras moedas sua valorização perante o real e desvalorização perante o euro, por exemplo.

Os estudantes conseguiram com técnicos da própria escola a seguinte informação: “[...] a produtividade média nas lavouras brasileiras se mantém em 800 kg/ha.” Interpretando tal afirmação e de modo intuitivo chegamos à conclusão que conforme a área plantada varia a quantidade de grãos colhidos. Começamos então o conteúdo matemático sobre funções abordando a noção de função, o conceito, a lei de formação e o gráfico representado por essa função em particular.

Quadro 3 – Relação de grãos colhidos pela área plantada

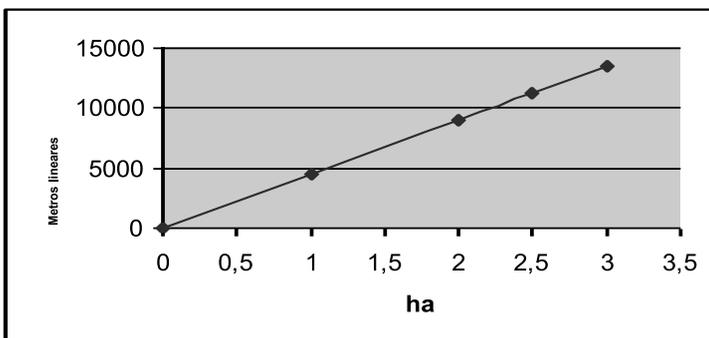
Área (Hectare - Ha)	**Grãos (Quilos)**	**Resultado**
1	800	1 vez 800
2	1600	2 vezes 800
3	2400	3 vezes 800
....	....	....
.....	....	....
x	y	x vezes 800

Fonte: Turma

Nota: Lei matemática que associa grãos e área: $y = 800x$

y - variável dependente: quantidade de grãos (quilos) colhidos por hectare

x- variável independente: área (hectares) plantada.

Gráfico 1 – Relação entre Grãos e área Plantada

Nota: O domínio dessa função é $D = \{x \in R / x \geq 0\}$ e o conjunto imagem é $Im = \{y \in R / y \geq 0\}$.

Dando continuidade ao assunto de funções, estudamos as funções lineares e quadráticas, conforme variações apresentadas na apostila, relacionando com o tema estudado.

Apesar de o engajamento dos alunos ocorrer de forma tímida por tratar-se de uma experiência nova, a etapa da análise crítica dos resultados permitiu aos alunos desenvolverem sua criticidade e analisarem a validade dos conteúdos matemáticos com a realidade em questão.

Mas como as conclusões e análises demoraram um pouco para acontecer, alguns alunos acostumados com a transmissão de conteúdos por parte do professor e por achar essa maneira mais fácil – ouvir a explicação e resolver os exercícios – propuseram que o professor retornasse aos conteúdos e exercícios da apostila em todas as aulas. Ainda: que a metodologia da Modelagem Matemática fosse abandonada alegando muito trabalho e que tinham que pensar muito nas aulas de matemática.

Conversamos novamente sobre a oportunidade de aprender Matemática de uma maneira diferenciada, por meio da Modelagem Matemática, e que isso poderia ser feito mediante a uma plantação de soja em uma área de 12 alqueires, no colégio. Tal possibilidade despertou novamente o interesse desses alunos, que haviam se desmotivado por algum tempo. Pois já que iriam plantar a soja no colégio, eles poderiam relacionar os conteúdos aprendidos na sala de aula, não só em Matemática, mas também em outras disciplinas, com a prática que lhes estava sendo proporcionada. Dando continuidade a essa etapa, os grupos foram subdivididos a pedido dos próprios alunos que consideraram que em grupos menores, agora com três participantes em cada, haveria um maior entrosamento e participação para realização do trabalho que estava sendo proposto.

Dessa forma, a seguinte situação foi proposta: “fazer o levantamento do que precisa e de quanto precisa para plantar soja numa área limitada por 2km de perímetro.”

Esse questionamento fez com que os grupos tivessem que encontrar a área em que seria plantada para poderem calcular a quantidade de sementes. As dúvidas e discussões surgidas nos grupos foram muito importantes para despertar um interesse maior no envolvimento para que se resolvesse a situação problema.

Para essa etapa, os próprios alunos sentiram a necessidade de conhecer melhor as medidas agrárias e sobre esse assunto realizaram uma nova coleta de informações. Durante a explanação da coleta de informações o professor questionou junto a eles como surgiram os sistemas de medidas e como fazer

para realizar tais medidas, bem como levantar relações existentes entre as medidas oficiais (metro e seus derivados) e arbitrárias (litro, braças, palmos...).

O envolvimento da família de alguns alunos foi necessário e muito bem vindo, pois muitos pais originários de regiões agrícolas conhecem as medidas usadas na agricultura (como braça, alqueire, litro) e os alunos questionaram em casa e trouxeram as respostas para discussão e análise em grupo.

Também houve o envolvimento do técnico agrícola do colégio responsável pelo estágio dos alunos nas plantações e da agrônoma e também professora da instituição da disciplina de horticultura[1] para esclarecimento das dúvidas surgidas para o plantio.

Houve, porém, uma decepção no meio do caminho para alunos e professores envolvidos no projeto da plantação da soja: a área que seria cedida para plantação foi embargada e a plantação não foi executada. Mas o uso dos princípios da Modelagem Matemática fez com que os alunos continuassem seus cálculos e chegassem às conclusões, validações e análises críticas dos seus resultados, mesmo não havendo a prática da plantação da soja.

3.2 Desenvolvimento da Modelagem Matemática com a segunda turma

Iniciamos nessa turma da mesma forma, conversando sobre a possibilidade do desenvolvimento da alternativa de ensino pela Modelagem Matemática, e foi possível notar grande expectativa para o ensino realizado desse modo.

Dividimos a turma então em oito grupos, sendo seis grupos com cinco alunos e dois grupos com quatro alunos[2], que conversaram sobre a sugestão do tema que iria à votação para depois ser realizada a pesquisa e os conteúdos matemáticos a serem estudados.

Os dados sobre os temas sugeridos e a respectiva votação, que foi realizada secretamente após exposição das equipes, seguem conforme Quadro 4:

[1] Ambos seriam os responsáveis pela plantação e pelo apoio e atendimento aos alunos em todos os momentos do cultivo da cultura da soja.

[2] Durante o primeiro semestre do ano letivo houve a transferência de sete alunos. Terminamos então a experiência com 4 grupos de 5 alunos, 2 grupos com 4 alunos e 1 grupo de 3 alunos, totalizando 31 alunos.

Quadro 4 – Escolha do tema da modelagem

TEMA	QUANTIDADE DE VOTOS	PORCENTAGEM
Bovino	7	18,91%
Soja	15	40,54%
Futsal	2	5,41%
Cesta básica	2	5,41%
Suínos	4	10,81%
Milho	6	16,22%
Equino	1	2,7%
TOTAL	37	100%

Fonte: Turma

Como pudemos perceber, o tema escolhido foi novamente a cultura da soja, talvez isso tenha acontecido porque muitos dos alunos, precisamente em número de 25, eram filhos de agricultores e possuíam essa cultura em suas propriedades. Além disso, porque a soja é uma das culturas que proporciona boa lucratividade.

Após orientações sobre como se realizaria a coleta de informações sobre o tema, estipulou-se o prazo de 11 dias para cada grupo pesquisar e apresentar os dados considerados importantes sobre o assunto.

Nesse intervalo de tempo destinado à pesquisa, durante as aulas de matemática, estudamos os conteúdos matemáticos conforme apostila adotada pelo colégio, abordando o assunto de conjuntos numéricos.

Na data marcada começaram as apresentações e o envolvimento dos alunos foi muito bom, havendo vários questionamentos e participação entre as equipes. Como é comum quando se tenta mudar a forma de ensino com a qual se está acostumado, alguns alunos pensaram que era "brincadeira e matação de aula" e não prestaram muita atenção, em alguns momentos chegando a tumultuar a aula.

Quadro 5 – Temas abordados sobre cultura da soja

Grupos	Temas abordados
1	Breve histórico da soja, produção e produtividade da cultura nos anos de 1967 a 1973, principais pragas e inseticidas utilizados;
2	Características e composição científica da planta;
3	Histórico da soja , uso na alimentação e aumento da produção nos estados brasileiros;
4	Dados econômicos em relação a plantação da soja;
5	Plantio, manejo e conservação da soja;
6	Espaçamento entre plantas, vantagens e desvantagens do plantio direto;
7	Cálculo para determinar possível colheita de grãos;
8	Desenvolvimento, evolução e cuidados com o plantio da soja.

Fonte: Turma

Após a exposição de todos os grupos, conversamos sobre que problema iríamos abordar em um primeiro momento, e a maioria levantou a questão das medidas agrárias e lineares, de como saber medir corretamente e as relações existentes entre as diferentes medidas. Sobre esse questionamento, começamos a estudar os sistemas de medidas de forma dinâmica com muitos questionamentos e levantamento histórico do surgimento das medidas arbitrárias até se chegar à necessidade de implantação de uma medida oficial. Estudamos então o metro e suas variações em múltiplos e submúltiplos, medidas de superfície e suas relações com as medidas agrárias de grande utilização em suas futuras vidas profissionais.

As medidas agrárias adotam o *are* como unidade padrão que equivale a 100m^2, tendo apenas um múltiplo denominado de hectare, correspondente a 10.000m^2, e um submúltiplo denominado *centiare*, que é igual a 1m^2. No entanto, nas medidas de terras, o mais utilizado é o hectare.

Pela lei brasileira nº 1.157, de 26 de junho de 1862, é obrigatória a aplicação das unidades de superfície do sistema métrico decimal, porém em muitos lugares do país ainda são empregadas as medidas chamadas antigas, quase todas derivadas da braça, e que possuem características regionais.

As medidas chamadas antigas são as de maior conhecimento dos alunos, consequentemente por terem vindo de regiões agrícolas e estarem acostumados a elas. Porém não sabiam como elas haviam surgido e como se efetuavam suas transformações para o sistema oficial de medida. Assim, o surgimento das medidas não oficiais e sua correspondência em metros quadrados foi estudado, aproveitando a oportunidade para fazer as transformações valendo-se da regra de três simples e construindo um procedimento prático.

Quadro 6 – Medidas agrárias

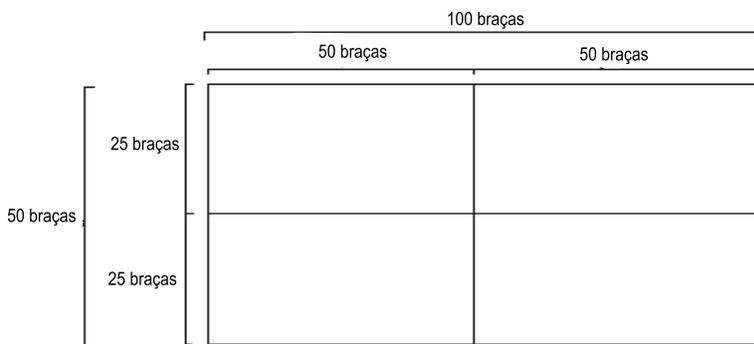
MEDIDA	SÍMBOLO	EQUIVALÊNCIA
Braça quadrada	br quadrada	2,20 x 2,20= 4,84m ^{2}
Hectare	ha	100m x100m= 10000m^2
Alqueire paulista	alq.	50br x 100br = 110m x 220m= 24200m ^{2}= 2,42ha
Quarta		25br x 50br = 55m x110m= 6050m^2 = 0,605ha
Litro		605m ^{2}

Fonte: Turma

As regras de três para as equivalências entre o hectare e o alqueire (1) e entre o hectare e o litro (2) foram construídas da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll} 1ha \rightarrow 10000m^2 & \\ x(ha) \rightarrow 24200m^2 & (1) \\ 10000x = 24200 & \\ x = 2{,}42ha & \end{array} \qquad \begin{array}{ll} 1ha \rightarrow 10000m^2 & \\ x(ha) \rightarrow 6050m^2 & (2) \\ 10000x = 6050 & \\ x = 0{,}605ha & \end{array}$$

A medida denominada 'quarta', muito utilizada entre os agricultores, corresponde à quarta parte da área conhecida como alqueire (¼ do alqueire paulista), assim, dividimos 24.200m² por 4 obtemos 6.050m². Colocando em representação, temos a Figura 1:

Figura 1 – Representação do alqueire

Também relembramos o conceito de fração, operações e simplificação de fração, partindo da interpretação da medida agrária quarta.

¼ + ¼ = $^2/_4$ = ½ alqueire;
$^2/_4$ + ¼ = ¾ meio alqueire mais uma quarta;
¼ + ¼ + ¼ + ¼ = $^4/_4$= 1 alqueire.

A medida do litro, que corresponde à região em que se faz a semeadura de um litro (capacidade) de sementes de milho debulhado com espaçamento de um metro quadrado para cada 5 ou 6 grãos, preenchendo, assim, uma área correspondente à 605m². Juntando uma área de plantação de 10 litros temos a correspondência de plantação de uma 'quarta'.

De posse dessas informações os alunos reuniram-se em grupos e realizaram transformações de medidas referentes à medida das propriedades que cada aluno possuía. Os conteúdos de razão, proporção, porcentagem, regra de três simples e composta, todos foram aprofundados e relacionados com os exercícios propostos na apostila.

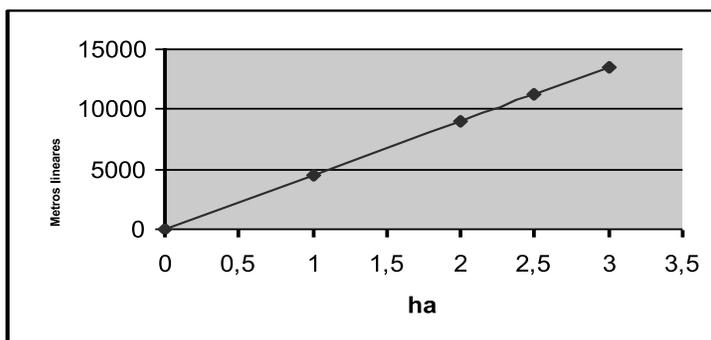
Dando continuidade foi solicitado aos alunos que elaborassem uma tabela que relacionasse algum assunto da soja, em que os dados de uma coluna estabelecessem uma relação de dependência com a outra, buscando consolidar o conceito de função, a lei de formação matemática da função apresentada e a representação no plano cartesiano. Depois de reunidos em grupos, os alunos apresentaram sua situação e o seu estudo aos demais alunos, o que ensejou várias discussões e análises das funções, assim como sua forma e validade com situações reais.

Segue abaixo o quadro, a lei de formação da função e o gráfico que a representa conforme apresentação dos alunos do GRUPO 1, somente para exemplificar como foi desenvolvida essa parte do trabalho com Modelagem Matemática. Situação considerada: em um hectare são plantados 4 500 metros lineares de soja.

Quadro 7 - Quantidade de metros lineares por hectares

Hectares	Metros Lineares
1	4 500
2	9 000
2,5	11 250
3	13 500

Nota: Lei de formação: $y = 4500x$, com $x \in R_+$.

Gráfico 2 – Quantidade de metros lineares por hectares

As situações levantadas por todos os grupos giraram em torno das características das funções de primeiro grau, que foram então estudadas e generalizadas para forma da função de 1º grau $y = a\,x + b$, e resolvendo os exercícios propostos na apostila.

Partindo do exemplo da função de um dos grupos $y = 100x$, que representava o preço de um litro de determinado veneno utilizado na cultura da soja, em que o domínio era a quantidade de litros compradas e y, a imagem da função (o preço a pagar pela quantidade litros), foi proposto o inverso: com determinada quantia de dinheiro, quantos litros poderiam ser comprados? Todos concordaram que continuaria sendo função, porém domínio e imagem estavam invertidos e então outra lei de formação para a função era necessária e para isso basta trocar x por y e y por x e assim encontrar a função inversa $f^{-1}(x)$ da função dada.

Função dada; $y = 100x$
Função inversa: $x = 100y$

Assim, $y = \frac{x}{100}$

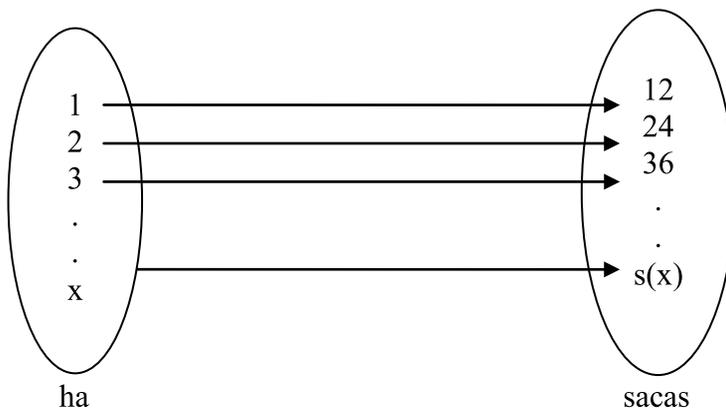
Para estudarmos as funções compostas, a seguinte situação problema foi proposta, para que fizessem a lei de formação da função e a representação em diagrama.

Em um hectare são colhidos em média 720kg de soja que são ensacados em sacos de 60kg. Sabendo que cada saco de soja é vendido a R$35,00, e o agricultor paga uma taxa fixa de R$100,00 pelo transporte até a cooperativa, qual a função que representa a receita obtida em função da área plantada?

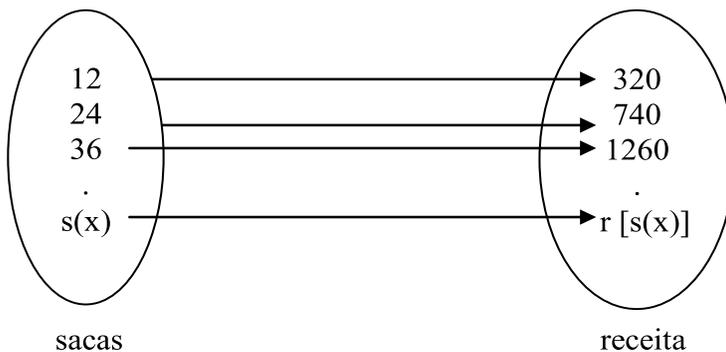
O problema foi resolvido em duas etapas, primeiramente era necessário saber a função da quantidade de sacos colhidos em relação à área plantada.

$$s(x) = \frac{720x}{60} \Rightarrow s(x) = 12x$$

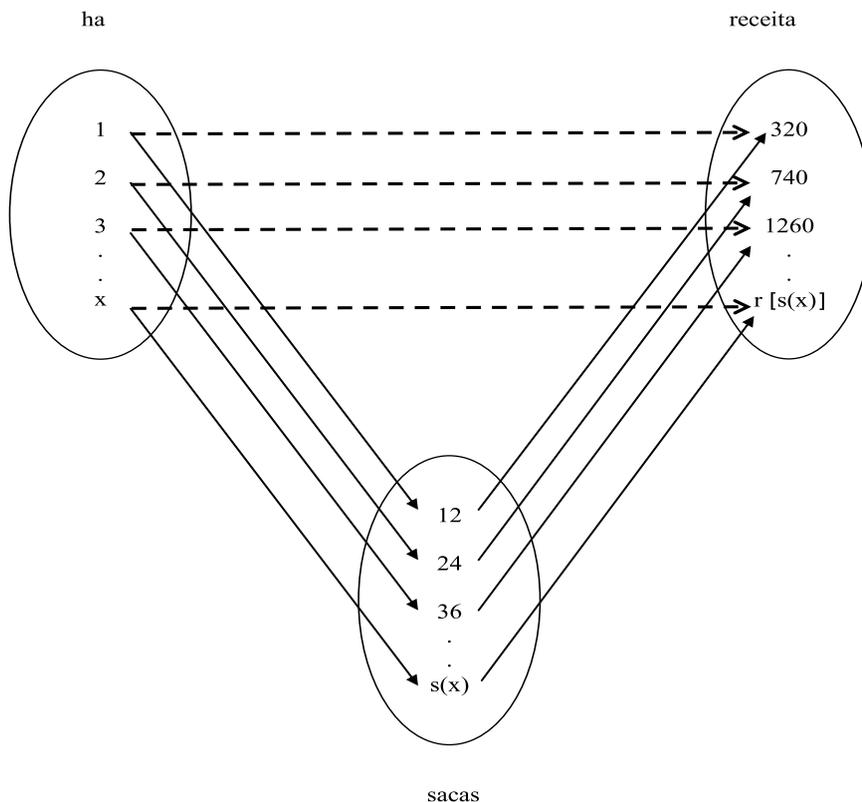
Representada pelo diagrama:

Figura 2 – Diagrama

Nota: Sabendo a quantidade de sacos colhidos, encontramos a função da receita obtida. $r(x) = 35x - 100$.

Através do diagrama:

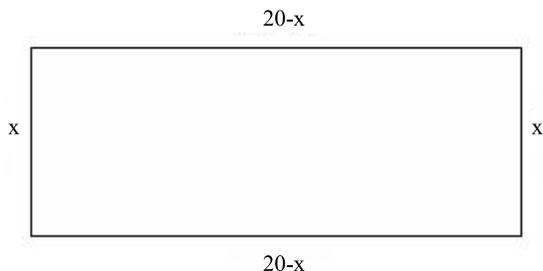
Figura 3 – Diagrama

Nota: Observando e analisando as relações, concluímos que a função da receita obtida é encontrada através da função das sacas colhidas, e essa através da área plantada, assim podemos obter a função da receita diretamente relacionada com a área plantada fazendo a função composta da receita com a quantidade de sacas, assim: $r\,[s(x)] = 35\,(12x) - 100$

$$r\,[s(x)] = 420x - 10$$

Figura 4 – Diagrama de Função Composta

Compreendendo a função composta pelo exemplo acima, outros exercícios sobre função composta foram propostos e resolvidos.

Para introdução do estudo da função quadrática, usamos como ponto de partida uma situação-problema que foi apresentada aos alunos para que analisassem e resolvessem.

Um agricultor deseja construir um galpão retangular que utilizará para depósito. Para isso ele dispõe de 40m de madeira suficientes para cercar o galpão. Utilizando os 40m de madeira, quais devem ser as dimensões do galpão de modo a obter a maior área interna possível?

Figura 5 – Galpão retangular

Perímetro, representado por P, é a soma das medidas de todos os lados, então no esquema acima temos:

$$P = x + x + (20 - x) + (20 - x)$$
$$P = 2x + 2(20 - x)$$

Os 40m de madeira serão utilizados para o perímetro do galpão, assim temos que descobrir o valor da base e da altura do retângulo que multiplicados fornecerão a área interna do galpão. Após a construção do esquema acima, chegou-se ao Quadro 8:

Quadro 8 – Área do galpão

Altura do retângulo – x	**Base vezes altura – (20 – x).x**	**Área do retângulo – Y**
0	20. 0	0
3	17. 3	51
5	15. 5	75
8	12. 8	96
9	11. 9	99
10	10 . 10	100
11	9 . 11	99
12	8 . 12	96
15	5 . 15	75
17	3 . 17	51
20	0 . 20	0

Pelo quadro a maior área interna obtida no galpão será de 100m^2, a partir das dimensões laterais 10m por 10m.

Conforme a variação da medida do lado, a medida da área também varia, obtemos então uma função, e sua lei de formação pode ser obtida:

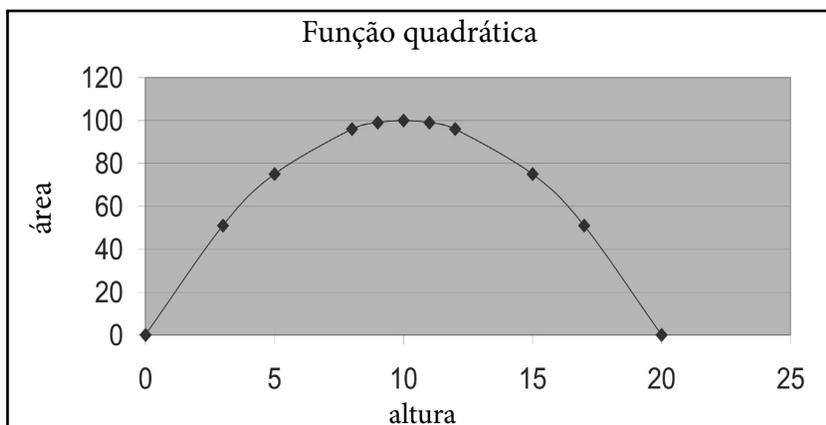
A = base *x* altura do retângulo

$A = (20 - x).\, x$

$A = 20x - x^2$ ou

$y = f(x) = - x^2 + 20x \rightarrow$ função quadrática ou de 2º grau

$y = ax^2 + bx + c \rightarrow$ forma geral da função quadrática, com a, b e $c \in R$ e $a \neq 0$

Gráfico 3 – Área Máxima em Função das Medidas Laterais

O domínio dessa função é dado por: D = {x∈ R/ 0 < x < 20}, considerando a necessidade de atribuir significado à situação estudada. A imagem dada por: Im = {y∈ R / 0 ≤ y ≤ 100} é decorrência do domínio estabelecido.

Uma maneira construtiva de encontrar o valor máximo dessa função, foi com o auxílio do quadro anterior, assim, tornou-se fácil visualizar o ponto de máximo ou vértice da parábola, o qual é dado pelas coordenadas: (x, y) = (10, 10). As coordenadas do ponto máximo *x* e *y*, são obtidas pelas expressões consagradas $x = \frac{-b}{2a}$ e $y = \frac{-\Delta}{4a}$. Assim, o vértice da parábola é dado por $V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$.

Ressaltamos que essa atividade fica revestida de significado, uma vez que a situação estudada pode culminar na generalização do conteúdo, o que não impede de estudar outras expressões que possuam pontos de mínimo.

Partindo desse exercício, trabalhamos as particularidades da função quadrática, como vértice, raízes, concavidade da parábola, construção de gráficos, domínio e imagem da função quadrática, discutindo acerca das semelhanças e diferenças das funções de primeiro grau.

Com essas atividades o segundo bimestre do ano letivo foi concluído e, como parte da avaliação, foi solicitado um relatório individual aos alunos, o qual deveria conter considerações sobre o tema abordado, bem como sobre os conteúdos matemáticos estudados nesses dois bimestres, além de uma conclusão com impressões e percepções sobre a intervenção feita com a Modelagem Matemática.

4 Reflexões sobre a experiência com a Modelagem Matemática

Analisando as duas experiências da Modelagem Matemática, percebemos que ambas trouxeram um enriquecimento muito significativo à atuação profissional, na medida em que contribuíram para mudança de atitude frente ao ensino da matemática até então ministrada, com exercícios prontos e conteúdos que, muitas vezes, não estavam relacionados com o interesse do aluno.

Apesar do fato de alguns professores desenvolverem algumas atividades diversificadas, essas dificilmente partem do interesse do aluno, ou estão relacionadas a assuntos ligados ao seu cotidiano. Muitas vezes as "situações-problema" são apresentadas como pretexto para iniciar ou para fixar algum conteúdo retirado do livro didático. Não que isso não seja importante, mas sentimos que se as situações surgirem no contexto do trabalho na perspectiva da Modelagem Matemática, elas se apresentarão contextualizadas e mais significativas para o aluno e, por isso, tendem a ser aprendidas de forma mais significativa e compreensiva.

Por um lado, destacamos que o trabalho com a Modelagem Matemática exige muita dedicação por parte do professor, sendo que este muitas vezes não está preparado, devido à formação deficitária recebida na qual não desenvolveu habilidades investigativas. Por outro lado, tendo em vista a excessiva carga horária, não dispõe de tempo para o preparo adequado, frente às situações que emergem das atividades de modelagem, em relação ao tema escolhido.

Outro ponto a ser considerado nas duas experiências foram os momentos de insegurança por parte do professor, principalmente diante de situações de desconhecimento de uma melhor maneira de envolver os alunos e relacionar os problemas decorrentes do tema escolhido, assim como dar significado aos conhecimentos trazidos do senso comum e relacioná-los com os conteúdos matemáticos mais elaborados.

Um exemplo dessa falta de significado foi quando abordamos a questão da produção de grãos de soja por hectare, relacionando-a com o conteúdo de funções de 1° grau que constrói a lei de formação, os gráficos e destaca as particularidades desse tipo de função, como: domínio, imagem e raízes. A alegação dos alunos era que se os problemas podiam ser resolvidos de forma mais simplificada, com o conhecimento que eles já possuíam, porque "complicar" com outras formas de resolução? Cabe destacar que os conhecimentos mais elaborados permitem uma resolução mais rápida, porém, só é possível a apropriação quando existe o processo de construção e significação do conteúdo.

Os desafios surgidos durante as etapas da Modelagem foram muitos, principalmente quando nos propusemos desenvolvê-la na primeira turma durante duas aulas, das quatro aulas regulares da disciplina de matemática. Tínhamos o objetivo de, além de tornar o ensino mais atraente, ter que cumprir com o conteúdo programático curricular, diante da cobrança de alguns alunos em ver que a apostila não seria estudada até o final e da falta de tempo para realizar tudo que estava sendo proposto.

Na segunda turma, a Modelagem Matemática foi desenvolvida em todas as aulas, sem nos preocuparmos com a sequência da apostila, e sim com o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos surgidos dentro do tema e conciliando-os aos seus exercícios quando possível, por causa da exigência de alunos, pais e escola.

Esses aspectos mostram que as estruturas de ensino de nossas escolas ainda privilegiam os conteúdos, o mero cumprimento deles, sem a atenção devida ao processo de construção desse conhecimento. Existe a preocupação centralizada no cumprimento de um programa em detrimento da compreensão e do significado. Essas situações evidenciam uma concepção de ensino, de educação e de matemática "[...] conservadora comprometida com a reprodução do autoritarismo, da heteronomia, da submissão passiva e da ausência de crítica" (HOFF, 1996) e que nós professores, muitas vezes, teimamos em conservar.

Uma possibilidade de abertura à mudança pode ser encontrada nos Parâmetros Curriculares Nacionais, as quais indicam a necessidade de mudança nas concepções de ensino que permeiam a escola, para poder

formar um cidadão competente, capaz de inserir-se no processo produtivo, considerando os diversos contextos em que está inserido.

> A integração dos diferentes conhecimentos pode criar as condições necessárias para uma aprendizagem motivadora, na medida em que ofereça maior liberdade aos professores e alunos para a seleção de conteúdos mais diretamente relacionados aos assuntos ou problemas que dizem respeito à vida da comunidade. (BRASIL, 1999, p.36).

Essa abertura à liberdade do professor coloca a necessidade da contextualização e da interdisciplinaridade entre os conteúdos que devem ser ministrados na escola. “O conhecimento espontâneo auxilia a dar significado ao conhecimento escolar. Este último, por sua vez, reorganiza o conhecimento espontâneo e estimula o processo de sua abstração”. (Ibidem, p. 95).

Porém, ao mesmo tempo em que essa abertura é dada, os conteúdos curriculares de Matemática são apresentados como os mais importantes. Nesse sentido, orientam que devem ser explorados ao longo da formação do aluno, e ainda alertam para que não haja a supervalorização dos conhecimentos cotidianos “[...] com o risco de perder o essencial da aprendizagem escolar que é seu caráter sistemático, consciente e deliberado”. (Ibidem, p. 94).

Além disso, ao final de cada bimestre, a “nota” do aluno em relação ao conteúdo que foi trabalhado é cobrada do professor por alunos, pais e pela escola. Não esquecendo ainda o poder dominador exercido pelo livro didático nas práticas escolares, em que muitas vezes não nos damos conta. O livro apresenta os conteúdos, principalmente os de matemática, de forma linear, conduz de forma equivocada a ‘necessidade’ de se aprender primeiro um conteúdo para depois o outro. Os conteúdos são apresentados na maioria das vezes em forma de definições e exercícios, tirando do aluno a capacidade de reflexão, organização e construção de conceitos. Os livros ditam o que deve ser aprendido primeiro e quais são os exercícios que devem ser feitos para fixação do conteúdo.

Essas palavras não devem se constituir em motivos de desânimo e razão para desistir, mas mostram os obstáculos que precisam ser encarados e superados, tais como: a concepção de matemática vigente, na qual prevalece a resolução dos exercícios sem um contexto, favorecendo a mera aplicação de fórmulas, memorização e resolução de exercícios mecânicos; a concepção de ensino descontextualizada, em que se privilegia o como fazer em detrimento do porquê fazer. Vencendo tais obstáculos poderemos oferecer uma Educação Matemática mais viva, atuante e crítica aos nossos

alunos, encontrando significado, utilidade, aplicação da matemática nas situações cotidianas e de enfrentamento de situações novas e desconhecidas que exijam algum conhecimento matemático.

Entendemos que o aprofundamento das investigações e atividades embasadas em sala de sala de aula com Modelagem Matemática a consolidará como uma metodologia, que auxilia professores e alunos no processo de ensino e de aprendizagem. Assim, concordamos com Caldeira (2004) quando diz que a incorporação da Modelagem Matemática no âmbito das escolas depende da mudança de postura de professores e estudantes e não precisa esperar que a escola, enquanto sistema mude.

5 Considerações finais

A experiência adquirida com o desenvolvimento da Modelagem Matemática em duas turmas regulares do Ensino Médio Profissionalizante permite algumas considerações em relação à sua utilização. O Colégio Estadual Agrícola possui características diferenciadas da maioria das escolas, por desenvolver o ensino e atividades em tempo praticamente integral e possuir um corpo discente, constituído, na sua maioria, por filhos de agricultores.

A questão colocada para a investigação buscou conhecer as implicações da experiência com a Modelagem Matemática no contexto do Ensino Médio Profissionalizante para a prática escolar. A experiência possibilitou refletir sobre alguns aspectos considerados importantes nesta pesquisa para a prática escolar. A importância de desenvolver um trabalho contextualizado, a partir da escolha do tema pelos estudantes, que era parte das atividades atuais e de suas vidas profissionais futuras. A Modelagem ainda favoreceu em muitos momentos a construção, a compreensão e a resignificação dos conteúdos matemáticos estudados, além de mostrar a aplicabilidade desses conteúdos em situações mais específicas na área da agricultura.

Mesmo em momentos difíceis, como aqueles vividos durante a realização da experiência, em que o desejo de proporcionar um ensino com significado e compreensão se confrontava com a pressão dos estudantes para o cumprimento da programação definida para a série, o diálogo foi mantido permanentemente, pois ganhou força nas reflexões proporcionadas pela experiência. Assim, refletimos sobre a cultura da pressa e da simplificação e da quantidade, em detrimento da qualidade dos conteúdos trabalhados.

Os desafios para as inovações de práticas diferenciadas em sala de aula sempre existirão, principalmente enquanto persistir a tradição escolar que deixa a responsabilidade do processo de ensino e aprendizagem apenas para

o professor e, ao aluno o papel de mero executor de atividades. Entretanto, esse desafio parece empolgar muitos educadores, trata-se de um processo educativo que envolve os atores principais da escola: alunos e professores.

A Modelagem Matemática, na forma concebida por Burak, pode trazer contribuições aos papéis atribuídos ao professor e estudantes, no processo de ensino e aprendizagem, que promova nos estudantes a criticidade e a autonomia e o desenvolvimento de competências complexas capazes de ajudá-los nas mais distintas situações de suas vidas. E, no caso relatado, para os estudantes do Ensino Médio Profissionalizante, conforme as discussões apresentadas neste capítulo.

Referências

ANDRÉ, M. E. D. A. **Etnografia da prática escolar**. Campinas: Papirus,1995. (Série Prática Pedagógica).

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 1999.

BURAK, D. **Modelagem matemática**: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho, Rio Claro, 1987.

______. **Modelagem matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

______. Formação dos pensamentos algébrico e geométrico: uma experiência com modelagem matemática. **Pró-Mat. Paraná**, Curitiba, v. 1,n. 1, p.32-41, 1998.

______. A modelagem matemática e a sala de aula. In**:** Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática - I EPMEM, 1, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

CALDEIRA, A D. Modelagem matemática: possibilidades e perspectivas. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2004, Londrina: **Anais...** Londrina: UEL, 2004. 1 CD – ROM.

DANTE, L. R. Algumas reflexões sobre educação matemática. **Temas e Debates**, Rio Claro: ano IV, n 3, 1991. (Sociedade Brasileira de Educação Matemática).

HOFF, M. S. A matemática na escola nos anos 80-90: críticas e tendências renovadoras. **Cadernos de Pesquisa**. São Paulo, n. 98, ago, 1996.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

SCHEFFER, N. F.; CAMPAGNOLLO, A. J. Modelagem matemática: uma alternativa para ensino-aprendizagem da matemática no meio rural. **Zetetiké**, Campinas: v. 6, n.10, jul./dez. 1998.

7

Formação de professores e a Modelagem Matemática na Educação Básica

Carla Melli Tambarussi
Tiago Emanuel Klüber

1 Expondo o significado do texto

É inegável o discurso existente acerca da necessidade em se pensar o processo de ensino e aprendizagem sob outras perspectivas. Isto é, sob aspectos que não exponham o professor à condição de mero "transmissor" do conhecimento e o aluno a simples "espectador" no âmbito da sala de aula.

Essa necessidade de mudança está presente em todas as disciplinas que compõem o currículo escolar, tendo em vista que não basta que os alunos decorem fórmulas, regras gramaticais, classificação dos seres vivos ou quaisquer outros conceitos, conteúdos ou procedimentos sem que haja uma compreensão sobre aquilo que está sendo estudado. Há, portanto, que se pensar em uma escola que proporcione ao aluno autonomia e criticidade, ou seja, um ambiente que lhe possibilite a participação em um processo de ensino e aprendizagem significativo.

Essa problemática apresentada é amplamente reconhecida nas discussões sobre o papel da escola nas últimas décadas e dela emergem, de um modo geral, dois pontos principais e que estão interligados: 1) a busca por diferentes maneiras de abordar o conteúdo; e 2) o empreendimento de estudos e reflexões acerca da formação do professor. Esses pontos se justificam, pelo fato de que se faz necessário pensar em maneiras mais amplas de se trabalhar em sala de aula e que proporcionem uma interação maior, com vistas à aprendizagem, entre aluno e professor. Essa afirmação, por sua vez, incide diretamente na questão da formação do professor, uma vez que muitos deles foram expostos a ambientes formativos conhecidos como tradicionais e que acabam por reproduzir a postura adquirida, nesse contexto, em suas práticas docentes.

Desse modo, nesse trabalho buscamos apresentar algumas reflexões que se direcionam aos pontos problematizados. Em suma, visando abordar o primeiro ponto, que diz dos diferentes modos de abordar os conteúdos, expomos uma das tendências de maior destaque no âmbito da Educação Matemática: a Modelagem Matemática. No que diz respeito ao segundo

ponto, apresentamos algumas reflexões sobre a formação do professor no que tange essa tendência.

Esse ensaio[1], portanto, solicita a compreensão da Modelagem Matemática enquanto uma tendência potencialmente significativa para a Educação Básica e de aspectos da legislação e teóricos sobre formação de professores para este nível de ensino. Desde os esclarecimentos em pauta, consideramos pertinente dedicar as duas próximas seções à descrição dos elementos centrais destes dois tópicos, para, somente ao final, apresentarmos reflexões pertinentes ao objeto posto em destaque: **A formação de professores e a Modelagem Matemática na Educação Básica**.

2 Modelagem Matemática na Educação Básica

No cenário educacional brasileiro a história da Modelagem Matemática teve início com os cursos de especialização para professores, em 1983, na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava – FAFIG (BURAK, 2004).

A partir de então, e com o início do Mestrado em Educação Matemática na UNESP – Rio Claro, a Modelagem

> [...] angariou adeptos, pois a grande preocupação sentida consistia em encontrar formas alternativas para o ensino de Matemática que trabalhassem ou que tivessem a preocupação de partir de situações vivenciadas pelos alunos do ensino de 1° e 2° graus, atualmente ensino Fundamental e Médio (BURAK, 2004, p. 1).

Essa preocupação citada por Burak, no que diz respeito à busca de modos alternativos de se abordar a Matemática e a necessidade de que essa abordagem esteja relacionada à realidade do aluno, ainda é uma constante quando nos reportamos ao atual contexto escolar. E, também, vai ao encontro do que é exposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais

> [...] à medida que vamos nos integrando ao que se denomina uma sociedade da informação crescentemente globalizada, é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente (1999, p. 40).

[1] Entendemos ensaio como uma “[...] exposição lógica e reflexiva e em argumentação rigorosa e com alto nível de interpretação e julgamento pessoal” (SEVERINO, 2000, p. 152).

Nesse mesmo sentido, as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná explicitam que se faz necessário um "ensino que possibilite aos estudantes análises, discussões, conjecturas, apropriação de conceitos e formulação de ideias" (PARANÁ, 2008, p. 48).

Desse modo, muito do que se lê nos documentos oficiais da educação podem corroborar para a formação de um aluno crítico, capaz de resolver problemas e tomar suas próprias decisões. Essa contribuição se dará na medida em que se adotem, implementem e permaneçam na escola, tendências pedagógicas e metodológicas apropriadas.

É nesse contexto que apresentamos alguns argumentos sobre a inserção da Modelagem Matemática no âmbito escolar, tendo em vista que ela pode proporcionar um processo de ensino e aprendizagem com significado. Isto é, um processo que se volte para a formação de um cidadão crítico, capaz de analisar e interpretar as diversas situações, que deverão ser enfrentadas por ele no mundo em que vive (BURAK; ARAGÃO, 2012).

Barbosa (2001; 2004), ao discutir aspectos favoráveis à inclusão da Modelagem na Educação Básica, destaca cinco pontos: 1) motivação; 2) facilitação da aprendizagem; 3) preparação para utilizar a Matemática em diferentes áreas; 4) desenvolvimento de habilidades gerais de exploração; e 5) compreensão do papel sociocultural da Matemática.

Desde essa apologia ao uso da Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, também emergem outros discursos, como, por exemplo, o de Burak (1987), quando ressaltou que "o ensino através da Modelagem procura propiciar o emergir de situações-problema às mais variadas possíveis, sempre dentro de um contexto fazendo com que a matemática estudada tenha mais significado para o aluno" (p. 17-18).

O mesmo autor reforça a importância da Modelagem ao elucidar que ela é "[...] um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano ajudando-o a fazer predições e tomar decisões" (BURAK, 1992, p. 62). Ainda defende, numa posição específica sobre o ensino e aprendizagem da Matemática, que o interesse é um dos princípios fundamentais de sua perspectiva, de tal maneira que tanto o início como a sequência das atividades estão diretamente relacionados a ele.

A partir dos argumentos, até agora apresentados, revela-se que assumir a Modelagem Matemática no contexto da sala de aula pode significar uma visão mais ampla para o ensino de Matemática, sem que ela fique restrita a um conjunto de fórmulas a serem decoradas ou a um conjunto de conteúdos

sem relação com o cotidiano do aluno. Nessa perspectiva, D'Ambrósio U. (2002) afirma que ela se constitui em um importante processo para se enfrentar situações, permitindo, assim, a solução efetiva de um problema real e não a resolução de um problema artificial.

Ressaltamos ainda que, o que foi apresentado sobre a inserção da Modelagem Matemática no contexto educacional, vai ao encontro do que as Diretrizes Curriculares do Estado Paraná - DCE - solicitam para o ensino de Matemática. Isto é,

> [...] É necessário que o processo pedagógico em Matemática contribua para que o estudante tenha condições de constatar regularidades, generalizações e apropriação de linguagem adequada para descrever e interpretar fenômenos matemáticos e de outras áreas do conhecimento (PARANÁ, 2008, p. 49).

Esses elementos contribuíram, dentre outras coisas, para que a Modelagem fosse considerada uma tendência metodológica[2] pelas DCE (2008). Em outras palavras, há nesse documento a sugestão de que os conteúdos propostos para o Ensino Fundamental e Médio sejam abordados por meio de tendências da Educação Matemática que fundamentam a prática docente.

De modo a progredirmos nos argumentos deste ensaio adentramos na discussão que é concernente à formação de professores na Educação Básica. Contemplamos, portanto, a legislação específica e generalidades teóricas.

3 Formação de professores na Educação Básica

Frente ao que explicitamos acerca da Modelagem Matemática revela-se, dentre outros aspectos, que a postura do professor, em um ambiente no qual se opte por trabalhar com essa tendência, precisa ser diferente daquela assumida em um contexto tradicional de ensino e aprendizagem. Para Dias e Almeida (2004) essa mudança se deve ao fato de que cabe ao professor, ao trabalhar com Modelagem, incentivar a comunicação entre os alunos, conhecer o que está sendo desenvolvido durante as atividades, estimular a criticidade e favorecer a procura por argumentos que possam contribuir para que os alunos confirmem ou não suas conjecturas.

Entretanto, essa mudança de postura, de um modo geral, não é algo que se possa alcançar repentinamente. Em outras palavras, podemos dizer

[2] Além da Modelagem Matemática, as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná também assumem outras tendências metodológicas: 1) Resolução de Problemas; 2) Mídias Tecnológicas; 3) Etnomatemática; 4) História da Matemática e 5) Investigações Matemáticas.

que há alguns aspectos que acabam dificultando que essa mudança seja posta em prática. Um deles são os próprios professores, que por vezes se mostram resistentes à implementação de novas propostas pedagógicas no âmbito da sala de aula. Essa resistência pode ser justificada, dentre outros aspectos, pelo fato de os professores não conseguirem superar a forma como tiveram contato com o ensino de Matemática durante a sua vida escolar. E, desse modo, ficarem acomodados em um ambiente no qual possam reproduzir práticas tradicionais, sem uma postura reflexiva sobre o que eles têm desenvolvido em suas aulas.

Outra condição relacionada à essa dificuldade está no formato dos programas de Licenciaturas em Matemática que estão, segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), em sua maioria, presos às concepções cientificistas e que influenciam as práticas educacionais vigentes.

Em complemento a essa afirmação, Fiorentini (1994) destaca que nas décadas de 1970 a 1980 há no Brasil a predominância de uma concepção tecnicista. E de acordo com Klüber (2012, p. 71) "assumindo que uma cultura não muda repentinamente para outra distinta é razoável afirmar que essa concepção, mesmo com mudanças, ainda permanece na escola, inclusive entre os formadores de professores de matemática".

Tendo em vista essas asserções acerca das concepções de ensino e aprendizagem que influenciaram e, em muitos casos ainda influenciam a formação do professor, podemos questionar como os órgãos educacionais têm pensado os aspectos concernentes à formação do professor.

A nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB – que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional foi aprovada no dia 20/12/1996 e assinala um momento de transição para a educação brasileira. O documento apresenta 9 "blocos" de discussão, denominados de Título I, II, e assim sucessivamente e que tratam de diferentes assuntos: 1) "Da educação"; 2) "Dos princípios e fins da educação nacional"; 3) "Do direito à educação e do dever de educar"; 4) "Da organização da educação nacional"; 5) "Dos níveis e das modalidades de educação e ensino"; 6) "Dos profissionais da educação"; 7) "Dos recursos financeiros"; 8) "Das disposições gerais"; e 9) "Das disposições transitórias" (LDB, 1996).

Alguns desses "blocos" contêm informações e dados relevantes aos nossos propósitos. Nesse sentido, no que se refere aos profissionais da educação, a LDB expõe que a finalidade da formação para esses profissionais é "atender aos objetivos dos diferentes níveis e modalidades de ensino e às características de cada fase do desenvolvimento do educando" (LDB, 1996, p. 22).

Ainda de acordo com a Lei, para o cumprimento dessa finalidade, a formação dos profissionais da educação terá dois fundamentos: 1) a associação entre teorias e práticas, inclusive mediante a capacitação em serviço; e 2) aproveitamento da formação e experiências anteriores em instituições de ensino e outras atividades.

Nessa mesma perspectiva, isto é, abordando aspectos da formação dos professores, mas de modo particular, a formação inicial, Pires (2002) destaca três princípios:

> I. A concepção de competência é nuclear na orientação de um curso de formação inicial de professores; II. Coerência entre a formação oferecida e a prática esperada do futuro professor; III. A pesquisa é elemento essencial na formação profissional do professor (p. 45).

Em acréscimo ao exposto por Pires (2002), a Proposta de Diretrizes para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica, em nível superior, indica que "os conteúdos curriculares não têm sustentação em si mesmos, mas constituem meios para que os alunos da Educação Básica possam desenvolver capacidades e constituir competências" (BRASIL, 2000, p. 38).

Nesse sentido, Burak (2003, p. 27) efetua a seguinte afirmação:

> [...] as discussões dos cursos de Licenciatura no âmbito curricular devem apresentar uma mudança no enfoque até então apresentado. Enquanto as discussões tinham como enfoque a visão disciplinar, a nova proposta para a Licenciatura em Matemática e outras áreas apresenta como foco as competências a serem construídas durante a formação do futuro professor para a Educação Básica.

Essas competências, de acordo com Brasil (2000, p. 65), "tratam sempre de alguma forma de atuação, só existem 'em situação' e, portanto, não podem ser aprendidas pela comunicação de ideias". Em outras palavras, "[...] não basta a um profissional ter conhecimento sobre seu trabalho, é fundamental que saiba fazê-lo".

No intuito de contribuir para que o professor sinta-se preparado para a sua atuação em sala de aula, Burak (2003) relata que a formação inicial de professores deve estimular e favorecer a inserção do futuro profissional na escola em situações com as quais irá conviver e precisa intervir de forma adequada e produtiva.

No que se refere aos investimentos no âmbito da formação do professor, o PNE – Plano Nacional de Educação – aprovado no ano de 2010,

considera importante "ampliar programa de iniciação à docência a estudantes matriculados em cursos de licenciatura, a fim de aprimorar a formação de profissionais para atuar no magistério da educação básica" (p. 46).

Além disso, o plano indica como objetivos

> 15.6) promover a reforma curricular dos cursos de licenciatura e estimular a renovação pedagógica, de forma a assegurar o foco no aprendizado do/a aluno/a, dividindo a carga horária em formação geral, formação na área do saber e didática específica e incorporando as modernas tecnologias de informação e comunicação; 15.7) garantir, por meio das funções de avaliação, regulação e supervisão da educação superior, a plena implementação das respectivas diretrizes curriculares (p. 47).

Tendo em vista, as propostas dos documentos oficiais e os argumentos de alguns autores, apresentados no texto, se faz necessário repensar a formação de professores, de tal modo que se busque colocar em prática o que está sendo proposto. Uma vez que pesquisas que focam aspectos da formação do professor têm mostrado fragilidades nesse contexto. Isto é, revela-se que existem propostas para uma formação de qualidade, mas há um caminho a ser percorrido até que elas sejam incorporadas nos programas de formação inicial e continuada.

Nesse sentido, Burak (2003) apresenta as manifestações de alguns professores acerca das divergências entre a formação que tiveram e a sua prática docente. Dentre as falas dos professores, destacamos que eles sentem-se despreparados para fazer frente às demandas efetuadas pelas diretrizes; há um distanciamento da realidade em que o professor foi formado e a realidade encontrada no contexto da sala de aula; não existe, ou é muito pequena, a contextualização na maioria das disciplinas. Isto é, "há uma completa desarticulação entre a teoria e prática durante a sua formação" (p. 23).

Em outra pesquisa, os professores apontam

> [...] lacunas, falhas e carências em suas formações acadêmicas, o que os leva à procura de cursos de formação continuada ou outros momentos de formação contínua que possam possibilitar, assim, uma imersão na prática da sala de aula numa abordagem distinta da tradicional, o que não foi possível em sua formação "inicial" na graduação (GARNICA, 2005, p. 5).

Ainda nesse contexto, Pimenta (1996, p. 73) afirma que "[...] os cursos de formação, ao desenvolverem um currículo formal com conteúdos e

atividades de estágios distanciados da realidade das escolas [...] pouco têm contribuído para gestar uma nova identidade profissional docente". Talvez visualizando esse contexto dos cursos de formação, citados aqui pela autora, a proposta das Diretrizes Curriculares para as Licenciaturas destaca que

> [...] a perspectiva de formação profissional apresentada nesse documento inverte a lógica que tradicionalmente presidiu a organização curricular: em lugar de partir de uma listagem de disciplinas obrigatórias e respectivas cargas horárias, o paradigma exige tomar como referência inicial o conjunto de competências que se quer que o professor constitua no curso (BRASIL, 2001, p. 51).

Além disso, essa mesma proposta traz a necessidade de que os cursos de formação proporcionem aos futuros professores situações em que eles possam, ao mesmo tempo, colocar em prática e mobilizar conhecimentos de diferentes naturezas e experiências.

A partir do exposto, revela-se que muitas são as propostas direcionadas à formação do professor. Propostas que visam uma formação voltada aos aspectos mais amplos e não apenas aos conteúdos disciplinares. Isso se deve, dentre outros aspectos, ao fato de que o trabalho do professor não se restringe somente a cumprir determinados tópicos de conteúdos ou finalizar um livro didático. A profissão "ser professor" envolve características mais abrangentes.

Nesse sentido, isto é, sabendo o quanto são amplas as questões relacionadas à formação do professor, concordamos com Tardif (2012, p. 241) quando relata que é estranho que "a formação de professores tenha sido e ainda seja bastante dominada por conteúdos e lógicas disciplinares e não profissionais". Isso pode indicar a ausência de formação ou a repetição de posturas pedagógicas e metodológicas que os próprios formadores de professores foram submetidos, num paradigma disciplinar.

Ressaltamos que, com esse argumento, não estamos atribuindo a responsabilidade da formação do professor exclusivamente aos professores que atuam nas licenciaturas. Mas sim, que esses professores também precisam buscar alternativas que possibilitem uma formação inicial significativa, da mesma maneira que é exigido dos professores da Educação Básica um processo de ensino e aprendizagem que proporcione aos seus alunos muito mais do que a memorização de fórmulas e de procedimentos para a resolução de um exercício. Nesse contexto desejável, a adoção da Modelagem Matemática e a compreensão do seu alcance pedagógico permitem alcançar algumas destas exigências. E isso, requer, por exemplo, amplo conhecimento

de Modelagem na Educação Matemática, por parte dos professores atuantes na licenciatura, uma vez que ela transcende a lógica da disciplina, por ser essencialmente, interdisciplinar.

Desse modo, tendo em vista a presença ainda constante de uma formação pautada em aspectos mais pontuais, na sequência, buscamos explicitar algumas reflexões acerca da formação inicial de professores e a Modelagem Matemática na Educação Básica, com o objetivo de construir um olhar diferenciado sobre a formação e sobre essa tendência metodológica que é amplamente divulgada, mas que ainda é distante do contexto da sala de aula.

4 Formação de professores e a Modelagem Matemática

Segundo D'Ambrósio. B (1993) há a necessidade de que os professores de Matemática compreendam a disciplina em termos investigativos. Isto é,

> [...] uma disciplina em que o avanço se dá como consequência do processo de investigação e resolução de problemas. Além disso é importante que o professor entenda que a Matemática estudada deve, de alguma forma, ser útil aos alunos, ajudando-os a compreender, explicar ou organizar sua realidade (p. 35).

Essa afirmação da autora incide direta ou indiretamente na questão da formação do professor, uma vez que é nela que, supostamente, os professores deveriam ter contato com aspectos mais abrangentes da sua atuação profissional, dentre eles, aqueles que se voltam à sua disciplina de atuação.

Além disso, a partir dessa afirmação, podemos fazer apologia à utilização da Modelagem Matemática no contexto da sala de aula, tendo em vista que essa tendência metodológica pressupõe um processo de ensino e aprendizagem voltado à solução efetiva de problemas reais e que estão relacionados aos interesses dos próprios alunos.

Justificando a utilização da Modelagem Matemática em sala de aula estamos, também, defendendo uma formação de professores voltada a essa tendência, pois concordamos com o fato de que "[...] ninguém promove o desenvolvimento daquilo que não desenvolveu em si mesmo, ou torna-se difícil promover a aprendizagem de conteúdos que não domina, ou a autonomia que não teve a oportunidade de construir" (BRASIL, 2000, p. 68).

Ressaltamos, também que essa defesa vai ao encontro de alguns dos objetivos do Plano Nacional de Educação, que indicam, de um modo geral, uma renovação pedagógica nos cursos de licenciatura e a implementação das respectivas diretrizes curriculares. Dizemos que vai ao encontro, uma

vez que a Modelagem Matemática propõe um processo de ensino e aprendizagem diferente daquele conhecido como tradicional e está presente, por exemplo, nas diretrizes curriculares do estado do Paraná.

Além desse argumento, para Costa (2002), citada por Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), a formação de professores,

> tendo como pressupostos básicos os fundamentos epistemológicos que sustentam uma pedagogia que tem como um dos focos a Modelagem Matemática, vai se dar na tentativa de superar a neutralidade e apontar para novas linguagens, como, por exemplo, as noções de sujeito, identidade, razão e evolução / progresso, desarmando, assim, os princípios, eminentemente cientificistas e acadêmicos (p. 61).

Nesse contexto, "formar professores de Matemática na perspectiva da Modelagem passa pelo questionamento (e, quem sabe, pela negação) do direito de universalizar o particular, de igualar as diferenças e da pretensão de abarcar a totalidade" (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 62).

Mais do que passar pelo questionamento, a Modelagem Matemática na formação do professor, segundo Dias e Almeida (2004, p. 7), visa alcançar, de certa forma, "autonomia em relação ao conhecimento profissional", pois quando essa tendência metodológica é utilizada em sala de aula, independentemente do nível de ensino, ela pode favorecer o desenvolvimento, a apropriação e o domínio de processos complexos de pensamento.

Dito de outro modo exige do professor mais do que os conhecimentos da sua disciplina de atuação. Requer um cuidado e uma valorização das ideias e conjecturas dos alunos, um olhar para os diferentes assuntos interdisciplinares que podem surgir em uma atividade de Modelagem, bem como os diferentes conteúdos matemáticos que podem ser solicitados nessa atividade, distanciando-se assim da concepção tradicional de que os conteúdos abordados devam seguir uma ordem pré-estabelecida e tida como linear.

Assim, levando em consideração que a formação do professor em Modelagem exige uma postura diferenciada, revela-se a necessidade em se assumir tanto a formação de professores como a Modelagem Matemática em aspectos mais abrangentes. Significa, segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 63) "em desmontar uma estrutura em que o importante é somente a transmissão de conhecimentos sistematizados ao longo do processo de educação".

Explicitados alguns dos argumentos que aproximam a formação do professor em Modelagem daquilo que é sugerido pelos documentos oficiais relacionados à formação do professor, apresentamos na sequência pesquisas que têm sido desenvolvidas nessa temática. Essas tendem a contribuir para que a Modelagem chegue aos cursos de graduação e também às atividades desenvolvidas no contexto da formação continuada.

Acreditamos que essa apresentação se faça necessária, por ser a formação do professor em Modelagem um assunto cuja abordagem em pesquisas se deu recentemente. Ainda, por entendermos que muitas vezes o primeiro ou o único contato com a Modelagem se dê por meio dessas pesquisas, pois, de um lado, muitos dos professores que já atuam na Educação Básica não tiveram a Modelagem Matemática em seus cursos de formação inicial e, de outro, pelo fato de essa tendência possuir ainda uma pequena inserção em atividades de formação continuada.

As pesquisas, em nível de mestrado e doutorado, desenvolvidas nessa temática e mapeadas por nós em outra oportunidade no Banco de Teses da Capes, são recentes, sendo que a primeira delas foi realizada no ano de 2001[3].

O levantamento dessas pesquisas coloca em destaque que a preocupação em estudar a formação do professor em Modelagem Matemática se deu em um momento posterior à ênfase na formação do professor de matemática em aspectos gerais. Essa afirmação vai ao encontro do exposto por Bicudo (2003), quando enfatiza que o olhar para a formação de professores se inicia a partir da década de 1980.

Os trabalhos mapeados, cujo foco estava centrado na formação do professor em Modelagem, apresentavam como sujeitos professores ou futuros professores participantes de cursos de formação inicial ou atividades de formação continuada que foram ofertados na modalidade presencial ou na modalidade de educação a distância (EaD). Como objetivos, as pesquisas apresentavam, de um modo geral: 1) a investigação das impressões, das experiências, das tensões e das concepções de professores e futuros professores envolvidos com Modelagem Matemática; 2) a análise da apropriação ou não da Modelagem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática por parte dos professores; e 3) o estabelecimento de um sistema de ensino e aprendizagem à distância de Modelagem Matemática para professores e futuros professores de Matemática.

---

[3] TAMBARUSSI, Carla Melli; KLÜBER, Tiago Emanuel. Focos da pesquisa stricto sensu em Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira: considerações e reflexões. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 16, n. 1, p. 209-225, 2014.

Esse mapeamento efetuado por nós, também ressalta a ênfase em inserir a Modelagem Matemática no contexto da sala de aula, tendo em vista o potencial atribuído a essa tendência no que se refere à diversidade metodológica. Contudo, essa inserção apresenta uma preocupação diferenciada. Há nessas pesquisas indícios de que sem um investimento na formação do professor, a inserção da Modelagem Matemática na sala de aula não se diferencie da prática enraizada nas escolas, na qual os alunos foram acostumados a receber o conteúdo matemático como algo fragmentado e sem relação com o seu dia a dia.

5 Uma metacompreensão sobre o exposto

Escrever um ensaio sobre a formação de professores em Modelagem Matemática é, desde o próprio objeto, um desafio. Como o próprio texto revelou é uma seara de múltiplos argumentos e intencionalidades distintas. No entanto, isso não é motivo para não nos posicionarmos. Assim, de toda a discussão efetuada, podemos apontar alguns elementos que decorrem de uma metasíntese sobre o exposto.

A Modelagem Matemática por suas características investigativas, interdisciplinares e temáticas torna-se relevante no contexto das atuais diretrizes para a formação de professores da Educação Básica brasileira. Sabemos que esse argumento não é novidade, mas dele emergem outros em tom de indagação.

Se a Modelagem Matemática é relevante quais são os empecilhos para que ela não esteja plenamente contemplada, por exemplo, nas licenciaturas? Poderíamos destacar vários, mas o principal deles é aquele que diz respeito às concepções de currículo, educação e sobre a profissão docente. Estes, por vezes, são marcados por imediatismos e por visões fragmentadas da produção de conhecimentos práticos e teóricos e que acabam por influenciar diretamente o processo de ensino e aprendizagem.

Em termos de legislações apresentadas neste ensaio, revelou-se ao menos dois aspectos que incidem diretamente no nosso objeto de estudo, quais sejam: 1) uma ampla abertura ao acolhimento da Modelagem Matemática; e 2) propostas de uma formação de professores voltadas às características mais abrangentes.

Entretanto, como descrevemos por meio de outras pesquisas, os cursos de formação estão permeados de concepções pontuais de ensino e aprendizagem e que abarcam, de um modo geral, uma perspectiva tradicionalista. Nesse sentido, é portanto de se esperar que esses cursos tenham dificuldades

em assumir tendências metodológicas que rompam com aquilo que já está instalado e tido por corriqueiro nos cursos de formação de professores de Matemática.

Diante das recentes pesquisas sobre formação de professores em todas as áreas, como também apresentamos, há um confronto de forças entre a cultura de formação de professores que é disseminada e o ideal que se pretende. Esse confronto revela, por vezes, lacunas, por exemplo, nas próprias práticas de Modelagem. Em outras palavras, podemos afirmar que mesmo as pesquisas desenvolvidas no enfoque da formação do professor da Educação Básica apresentam, em muitos casos, modelos de processos formativos antiquados ou, ainda mais, inapropriados às características investigativas, interdisciplinares e temáticas da Modelagem.

Por essas razões, a formação de professores em Modelagem Matemática precisa não apenas vencer os métodos tradicionais de ensino de Matemática, mas os métodos tradicionais das concepções amplamente conhecidas de formação de professores. Somente com esse enfrentamento tornar-se-á possível a sua plena inserção e, segundo Klüber (2012), deixar de ser alternativa para se tornar uma das principais diretrizes quando se pensam os processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

Referências

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o detabe teórico. In: Reunião Anual da ANPED, 24, 2001. Caxambu. **Anais...** Caxambu: AMPED, 2001.

______. Modelagem matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**. n. 4, 2004. p. 73-80.

BICUDO, M. A. V. (Org.). **Formação de Professores?** Da incerteza à compreensão. Bauru: EDUSC, 2003.

BURAK, D. **Modelagem matemática**: uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. Rio Claro, 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, 1987.

_____. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino aprendizagem. Campinas, 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Estadual de Campinas, 1992.

_____. O papel da Universidade e o comprometimento profissional na formação de professores para a educação básica. **Perspectiva**, Erechim, v. 27, n. 98, p.17-31, jun. 2003.

_____. A Modelagem matemática e a Sala de Aula. In: Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, 1, 2004. **Anais...** Londrina: UEL. p. 1-10. 2004.

_____; ARAGÃO, R. M. R. de. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. Curitiba: CRV, 2012.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei número 9394, 20 de dezembro de 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** ensino médio. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. **Proposta de diretrizes para a formação inicial de professores da educação básica, em nível superior**. Brasília, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena**. Brasília, 2001. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/009.pdf. Acesso: 17/08/2014.

DIRETRIZES Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena CONFERÊNCIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO (CONAE), 2010, Brasília, DF. **Construindo o Sistema Nacional Articulado de Educação:** o Plano Nacional de Educação, diretrizes e estratégias, Brasília, DF: MEC, 2010.

D'AMBRÓSIO, B. Formação de professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio. **Pro-posição**, Campinas, 4, p. 35-42, 1993.

D'AMBROSIO, U. A Matemática nas escolas. **Educação Matemática em Revista**, A 9, n. 11, p. 29-33, 2002.

DIAS, M. R.; ALMEIDA, L. M. W. de. Formação de professores e modelagem matemática. In: Encontro Nacional de Educação, 8. 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**, ano 3 n° 4. UNICAMP – Campinas, 1995.

GARNICA, A. V. M.; MODESTO, M. A. Ouvindo Professores de Matemática: um estudo sobre formação (continuada). **Guairaca**, Guarapuava, Paraná, v. 19, p. 31-55, 2005.

KLÜBER, T. E. (Des) Encontros entre a modelagem matemática na Educação Matemática e a Formação de Professores de Matemática. **Alexandria**, v. 5, n. 1, p. 63-84, maio 2012.

MEYER, J. F. da C. de A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. dos S. **Modelagem em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes curriculares da educação básica**: matemática. Curitiba: SEED, 2008.

PIMENTA, S. G. Formação de professores: saberes da docência e identidade do professor. **Revista Faculdade de Educação**. São Paulo, v. 22, n. 2, p. 72-89. 1996.

PIRES, C. M. C. Reflexões sobre os cursos de licenciatura em matemática. **Educação Matemática em Revista.** Edição especial, São Paulo, p. 44-56, 2002.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2000.

TARDIF, M. **Saberes Docentes e formação profissional**. 13 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

8

A Modelagem Matemática na formação continuada de professores: o relato de uma experiência

Carlos Roberto Ferreira

1 Introdução

O acontecimento relatado a seguir, referente a uma experiência envolvendo Modelagem Matemática, ocorreu em 1990 em um curso de pós-graduação em Educação Matemática. Contudo, antes de relatar a experiência propriamente dita, apresento, na sequência, um breve histórico dos acontecimentos que a antecederam.

Era um dos formandos em Matemática, da turma de 1987, da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Arapongas, e o momento era de alegria para todos os presentes, com sentimento de missão cumprida. E, enquanto aguardava a entrega do diploma, sentia-me angustiado com pensamentos do presente e do futuro. Como já possuía alguma experiência como profissional da educação, pois ensinava matemática há dois anos para uma turma de 8ª série, comecei a fazer uma retrospectiva da minha prática como professor de matemática, dos resultados alcançados e, com isso, uma "ponta" de preocupação começava a se fazer presente. Na semana que antecedeu a formatura, houve um conselho de classe em que, de uma das turmas, de um total de 40 estudantes, 10 ficaram reprovados na minha disciplina. No momento não me preocupei porque ouvi dos colegas vários comentários: "não se preocupe, isso é normal"; "matemática é assim mesmo, muito difícil"; "com essa nota tem que reprovar mesmo"; "se não prestar bem atenção e não fizer as listas de exercícios não se aprende matemática"; "este aluno vai bem nas disciplinas da área de humanas, mas nas disciplinas de exatas é um desastre, ele não sabe tabuada, não tem raciocínio"; entre outros.

Algo me chamou a atenção, o semblante de um colega professor com mais tempo de magistério. Ocorreram 13 reprovações em matemática na sua turma e ele parecia orgulhoso e realizado, como se aquelas reprovações fossem mesmo o seu objetivo. Sorridente, aparentava superioridade frente aos outros professores cujas disciplinas apenas 2 ou 3 estudantes ficaram reprovados.

Os meus educandos reprovados, os comentários dos professores e a reação do meu colega professor de matemática, fizeram-me refletir e trouxeram-me vários questionamentos, como: a culpa pelas reprovações era

somente dos estudantes ou a metodologia utilizada poderia ter contribuído? São os educandos que não aprendem ou são os professores que não ensinam adequadamente? A metodologia que utilizava era apenas uma reprodução da prática dos meus professores ao longo da minha vida escolar? Será que era a correta? Os alunos que foram aprovados aprenderam Matemática ou apenas decoraram algoritmos e os repetiam de forma mecânica? Será que eles conseguiam atribuir significado e a utilizaram como instrumento para a vida em suas mais diversas situações? O material didático, com um breve resumo da teoria, uma fórmula e alguns exercícios resolvidos, foi adequado?

Na busca por respostas às questões mencionadas, teve início uma trajetória de leituras e discussões durante as reuniões pedagógicas da escola. Já nas leituras iniciais foi possível encontrar alguns dados importantes sobre o ensino de Matemática, nos quais os resultados de alguns levantamentos indicavam o baixo rendimento dos estudantes em matemática. Apontavam ainda o escasso conhecimento da disciplina pela população.

Com isso, já era possível perceber que o ensino de Matemática não estava alcançando os objetivos propostos: desenvolver a autonomia, resolver situações e/ou problemas do cotidiano, enfim, tornar o aluno um cidadão pleno. Vários problemas, dentre eles a formação dos professores, a pesquisa sobre novos métodos de ensino e a elaboração e desenvolvimento de materiais didáticos, mereciam atenção especial. Assim, a consciência da necessidade e da dificuldade de se construir o conhecimento matemático não era nova. Enfrentar a questão era imperativo!

Lidar com a Matemática enseja também o desenvolvimento da capacidade de abstração. Entendemos que o resultado desse desenvolvimento deve contribuir para a aplicação da matemática em diversas situações da vida do indivíduo. (BURAK, 1987; 1992; 1998; 2004). A vida em sociedade cobra um mínimo de conhecimento matemático, sem o qual, a própria cidadania do indivíduo fica comprometida. Empreender um negócio, acompanhar a evolução de uma campanha eleitoral, controlar o orçamento doméstico, verificar o rendimento de uma aplicação financeira, interpretar um gráfico de inflação, exige algum conhecimento matemático e a consciência de como ele influencia a sociedade. (SKOVSMOSE, 2007).

Os apontamentos feitos, até este momento, encaminham os assuntos tratados neste capítulo. As seções subsequentes contemplam uma descrição detalhada sobre o projeto de Modelagem Matemática desenvolvido no curso de formação de professores, a perspectiva de Modelagem adotada, o desenvolvimento do modelo que minimiza os custos para a implantação de uma

rede de energia elétrica. A estrutura escolhida busca evidenciar como essa atividade influenciou significativamente na minha prática em sala de aula.

2 A origem do projeto

Em 1990 iniciei um curso de pós-graduação *lato sensu* promovido pela Fundação Faculdade Estadual de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava, hoje Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, que foi concluído em 1991. O curso teve como objetivo qualificar professores de Matemática em uma nova forma de conceber o ensino da Matemática. Essa nova forma se constituía na aplicação da Modelagem Matemática. É evidente que, naquele momento, ainda não se tinha clareza sobre as implicações do trabalho com a Modelagem, mas a iniciativa foi louvável e promissora, uma vez que se buscava romper com os moldes de ensino mais usuais.

O encaminhamento das atividades desenvolvidas no curso se deu da seguinte forma: a turma de professores participantes foi dividida em pequenos grupos e o trabalho foi realizado conforme as orientações acerca da Modelagem Matemática na época. O tema escolhido pelo grupo foi "A eletricidade como fator de integração social", pois, após uma visita às vilas da cidade, foi possível observar que várias delas ainda não possuíam eletricidade, causando todo tipo de transtorno aos seus moradores, como problemas de segurança, conservação de alimentos, lazer, entre outros.

Uma pesquisa foi elaborada, na qual as entrevistas com os moradores evidenciaram a baixa autoestima entre eles, por se sentirem excluídos do resto da população. Conhecendo-se a situação das vilas, buscamos ouvir as autoridades do município em relação aos resultados da pesquisa. Percebemos que o motivo principal para a não instalação da rede de energia elétrica nos bairros era a falta de recursos financeiros. Uma questão se fez presente: como minimizar os custos do projeto de eletrificação de uma das vilas para torná-lo viável?

Naquele momento não existiam muitas bibliografias disponíveis sobre Modelagem Matemática no ensino de Matemática, porém, muitos dos aspectos apresentados em publicações posteriores já se faziam presentes ao desenvolvermos os projetos e no curso ministrado. Por isso, a próxima seção aborda alguns dos elementos que consideramos importantes, para posteriormente passarmos à descrição da construção do modelo matemático.

3 Considerações sobre a Modelagem Matemática e a concepção assumida

A preocupação maior não era estudar a Matemática pela Matemática, mas inseri-la em um contexto. No caso, para resolver um problema social relacionado à implantação da rede elétrica na vila. Essa ideia vinha ao encontro da Modelagem Matemática, pois, segundo Bassanezi (1994; 2002), ela é o estudo de problemas ou de situações-reais, que atua como uma linguagem utilizada para a compreensão, simplificação e resolução destas situações, visando uma possível previsão ou modificação do objeto estudado.

O problema escolhido pelo grupo ensejou a construção de um modelo matemático em conformidade com o que Bassanezi (1990; 2002) explicita, ou seja, o modelo matemático é quase sempre um sistema de equações ou inequações algébricas, diferenciais, integrais, que é obtido através do estabelecimento de relações entre as variáveis que são essenciais no fenômeno analisado. (BASSANEZI, 1990; 2002).

Segundo Jacobini (1999), outra característica importante da Modelagem no ensino relaciona-se com a necessidade de coleta de dados e da pesquisa sobre o assunto em estudo, sendo essas tarefas realizadas pelos estudantes e, em geral, em grupos.

Outro importante aspecto que naquele momento pôde ser observado foi a possibilidade de transformação social por meio dos conteúdos matemáticos adquiridos pelos sujeitos. Esse aspecto é enfatizado por Caldeira (2004), que também afirma que essa aprendizagem deve partir do contexto sociocultural do aluno, proporcionando-lhe o desenvolvimento do pensamento lógico, da criatividade, de aprender conceitos e de construir estruturas matemáticas, a fim de compreender a realidade social, histórica e cultural.

Mais especificamente sobre a concepção assumida nesse trabalho, que vem sendo construída ao longo de mais de duas décadas por Burak (1987, 1992, 1998, 2004 e 2006), podemos destacar que a Modelagem Matemática vem ao encontro das expectativas do educando, por dar sentido ao que ele estuda, por satisfazer suas necessidades de aprendizagem, partindo dos seus interesses, podendo realizar alguns de seus objetivos. Vale destacar que sua preocupação está centrada no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática na Educação Básica. Fato esse que favorece a reconfiguração da modelagem como uma metodologia fundamentada em teorias de ensino e de aprendizagem e visão de ciência, aspectos que a diferenciam de outras perspectivas. Portanto, há

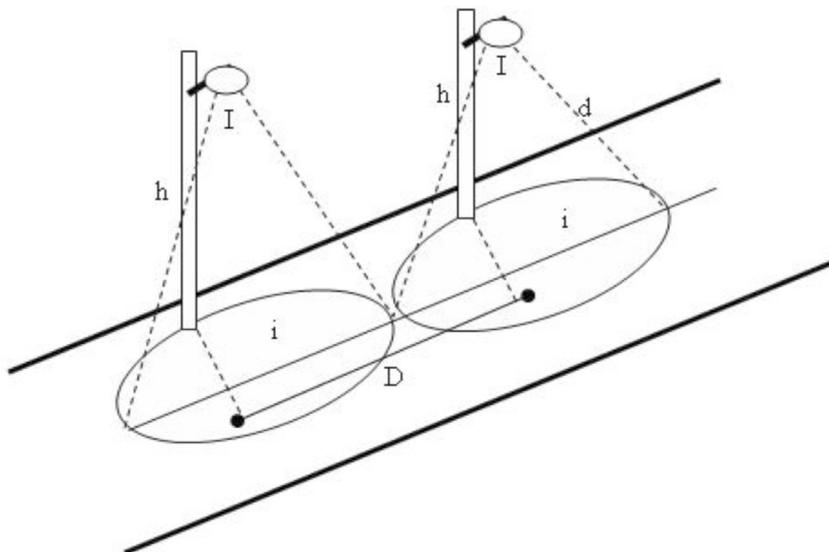
um olhar intencional sobre os processos cognitivos da aprendizagem. Os pressupostos adotados, principalmente aquele que se refere ao interesse dos participantes, é oriundo da experiência de cunho antropológico e das teorias construtivistas, interacionistas e de aprendizagem significativa. (BURAK, 1998). Por esses motivos, existe a possibilidade de o aluno trabalhar com entusiasmo e perseverança, formando atitudes positivas em relação à matemática, ou seja, pode despertar nele o gosto pela disciplina.

O desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, na perspectiva de Burak (1998 e 2004), sugere cinco etapas: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; 5) análise crítica das soluções. Essas etapas devem sempre ser encaminhadas levando-se em consideração os dois princípios propostos pelo autor: 1) o interesse do grupo e 2) a obtenção de informações e dados do ambiente, onde se encontra o interesse do grupo. Durante todo o processo da Modelagem a postura do professor é primordial, pois ele assume o papel de mediador, orientador e problematizador.

Em linhas gerais, é possível afirmar que o trabalho desenvolvido naquele momento seguiu os pressupostos dessa concepção de Modelagem, uma vez que esse pesquisador fazia parte do corpo docente da pós-graduação e influenciou significativamente as nossas atividades.

4 Processo de construção do modelo

Entre as diversas questões levantadas na elaboração do projeto - como por exemplo: qual o material a ser utilizado? Que quantidades? -, incluiu-se a da iluminação de ruas, objeto deste relato. O objetivo foi encontrar um modelo matemático que relacionasse a distância entre os postes (D), o iluminamento (i), a intensidade luminosa (I) e a altura do poste (h), conforme a Figura 1. Esse modelo deve indicar a distância mínima entre dois postes que proporcione uma claridade adequada, e assim determinar se é possível diminuir a quantidade de postes a serem utilizados e, consequentemente, os custos de eletrificação da vila.

Figura 1 – Postes

Na figura 1 temos:

I = intensidade luminosa;
i = iluminamento;
h = altura do poste;
d = distância entre o ponto iluminado e a base da luminária;
D = distância entre os postes.

4.1 Conceitos de Física

Para o desenvolvimento desse modelo, foi necessário fazer uma revisão na literatura de Física sobre o conteúdo de Fotometria, com conceitos como:

4.1.1 Fluxo luminoso (F)

O fluxo luminoso é a quantidade de energia produzida por uma fonte luminosa. A unidade de fluxo luminoso é chamada lúmen, que se define como o fluxo emitido por um foco puntiforme, com intensidade de uma candela, segundo um ângulo sólido de um esferorradiano. Percebemos bem essa definição, imaginando uma esfera de um metro de raio, tendo no centro o foco de uma candela. Se fizermos na superfície da esfera uma

abertura de um metro quadrado, a quantidade de luz que passará por essa abertura será de um lúmen.

4.1.2 Intensidade luminosa (I) – candela

Intensidade luminosa de uma fonte em uma determinada direção é a razão entre o fluxo luminoso (F), que ela emite através de um pequeno ângulo sólido (Ω) cujo eixo é a direção considerada, e esse ângulo sólido

$$I = \frac{F}{\Omega}.$$

4.1.3 Ângulo sólido (Ω)

Considera-se uma superfície esférica qualquer, de raio R, com centro no vértice do ângulo sólido, mede-se a área S da superfície esférica, subtendida pelo ângulo sólido, e obtém-se o valor do ângulo sólido, em esferorradianos, dividindo a área S pelo quadrado do raio, isto é

$$\Omega = \frac{S}{R^2}.$$

4.1.4 Fluxo luminoso total (Ft)

De $I = \frac{F}{\Omega}$ tiramos $F = I.\Omega$. O fluxo total emitido pela fonte correspondente a um ângulo sólido máximo $\Omega_{\max} = 4\pi$ esferorradianos. Logo: $F = 4\pi.I$. Essa equação só pode ser usada se a intensidade luminosa da fonte for constante em todas as direções.

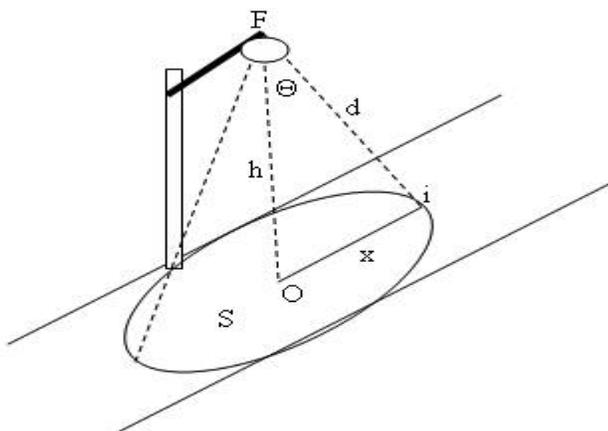
4.1.5 Iluminamento (i) – Lux

Iluminamento de uma superfície é a razão entre o fluxo luminoso (F), que sobre ela incide, e a sua área

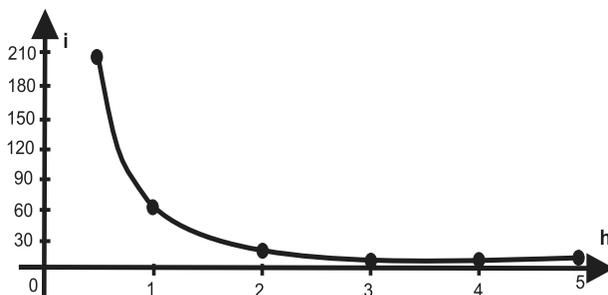
(S): $i = \frac{F}{S}$.

Com essas definições claras, iniciamos a construção do modelo.

O cálculo de iluminamento será feito em função da altura da luminária, mas poderia também ser feito em função da distância que o ponto iluminado está da base da luminária, conforme a Figura 2:

Figura 2 – Iluminamento

Com a ajuda de um fotômetro (aparelho utilizado para medir a iluminação em um ponto) medimos a iluminação no ponto *i*, para cada altura da luminária (Tabela 1). Foi considerada uma lâmpada de 125 w, com fluxo luminoso igual a 5.400 lumens (fornecido pelo fabricante) e de ângulo de incidência constante igual a 60º, teremos:

VALORES DA ALTURA E ILUMINAÇÃO	
h	i
0,5	215
1,0	53,75
2,0	13,43
3,0	5,97
4,0	3,35
5,0	2,25

TABELA 1

Pelo esboço do gráfico, já foi possível perceber que a curva é uma hipérbole e a função é do tipo potência.

4.2 Demonstrando:

Como i = f(h), temos duas características importantes sobre o gráfico:

a) se $h \to \infty$ então $i \to 0$;

b) se $i \to \infty$ então $h \to 0$.

Estas características representam uma função do tipo

$i = \frac{a}{g(h)}$, com $g(h) = h$ temos que $i = \frac{a}{h^b}$, sendo a e b constantes.

Esta função pode ser caracterizada como uma função racional.

Agora, o próximo passo é encontrar o valor da constante **a** e **b** através da Regressão Linear.

Como já sabemos $i = f(h) = \frac{a}{h^b} = a.h^{-b}$ e calculando o logaritmo de ambos os membros temos:

$$\ln i = \ln a - b \ln h$$

Fazendo: $\begin{cases} \ln i = Y \\ \ln a = A \\ \ln h = H \end{cases}$ temos $Y = A - bH$ (Equação da Reta).

1°) A constante **a** pode ser calculada fazendo **h = 1**. Substituindo

$h = 1$ em $i = \frac{a}{h^b}$, temos $i = a$. Observando a Tabela 1, temos que para $h = 1$ o valor para i encontrado foi de 53,75 lux[1].

2°) O valor de **b** pode ser calculado com base nos valores encontrados e descritos na Tabela 1. Aplicando a fórmula $Y = A - bH$ podemos elaborar a Tabela 2, na qual o valor de **b** pode ser calculado pela expressão $i = \frac{a}{h^b}$, pois os valores de **i**, **a** e **h** já são conhecidos.

[1] Este valor foi medido utilizando uma lâmpada de 125W de 5400 lumens e está registrado na Tabela 1.

Tabela 2 – Determinação dos Valores de "a" e "b"

h	**i**	**a**	**Y = lni**	**A = lna**	**H = lnh**	**b**
0,5	215,00	53,75	5,37064	3,98434	-0,69315	2
1	53,75	53,75	3,98434	3,98434	0,00000	*
2	13,44	53,75	2,59824	3,98434	0,69315	2
3	5,97	53,75	1,78675	3,98434	1,09861	2
4	3,36	53,75	1,21194	3,98434	1,38629	2
5	2,15	53,75	0,76547	3,98434	1,60944	2
6	1,49	53,75	0,39878	3,98434	1,79176	2
7	1,10	53,75	0,09531	3,98434	1,94591	2
8	0,84	53,75	-0,17435	3,98434	2,07944	2
9	0,66	53,75	-0,41552	3,98434	2,19722	2
10	0,54	53,75	-0,61619	3,98434	2,30259	2

Nesse ponto surgiu uma questão interessante, para $h = 1$ temos $H = 0$, ou seja, não é possível obter o valor de b utilizando a fórmula $Y = A - bH$. Poderíamos apenas informar que o valor de b não está definido para $h = 1$, mas também poderíamos aproveitar a oportunidade para introduzir o conceito de Limites de Função, pois para $h = 1$ o valor de b não está definido, mas para valores próximos de 1 pela direita ou pela esquerda o valor de b fica próximo de 2.

Assim, a equação para cálculos de iluminamento de áreas abertas será:

$$\boxed{i = \frac{a}{h^2}}$$

Na Figura 2, S é a superfície iluminada pela fonte pontual F. O eixo OF do ângulo sólido Ω, determinado por F e S, encontra a superfície no ponto O. A superfície esférica S, subtendida pelo ângulo sólido Ω, foi traçada com centro em F e raio $OF = d$.

Estamos considerando um ângulo sólido suficientemente pequeno para que se possa confundir a superfície esférica S' com uma superfície plana. Sendo assim, S e S' formam entre si o mesmo ângulo Θ, que é o ângulo de incidência.

Podemos então escrever que: $S' = S.cos\Theta$.

Como o ângulo sólido Ω é definido por: $\Omega = \frac{S'}{d^2}$, temos:

$$\Omega = \frac{S.\cos\Theta}{d^2} \quad (1)$$

De $i = \frac{F}{S}$ e $I = \frac{F}{\Omega}$, definições de iluminamento e intensidade luminosa, chegamos a:

$$F = i.S$$
$$F = I.\Omega$$
$$iS = I\Omega$$

Substituindo pelo seu valor, dado pela equação (1), obtemos:

$$iS = I\,\frac{S.\cos\Theta}{d^2}$$

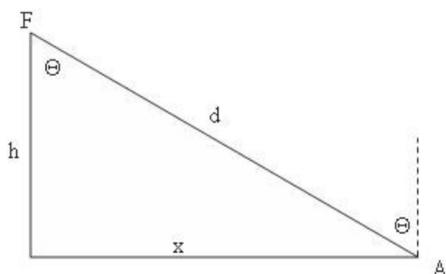
$$\boxed{i = \frac{I.\cos\Theta}{d^2}} \quad (2)$$

4.2.1 Fórmula de Lambert

Após construído esse modelo, algo fascinante aconteceu. Descobrimos que o modelo já existia e é conhecido como Fórmula de Lambert. Esse fato trouxe uma satisfação muito grande, experimentamos a (re)descoberta. Esse é um dos aspectos que consideramos de muita importância na formação dos professores, pois a oportunidade de construção nos foi dada, saímos de um modelo de ensino, de apenas repetir e receber informações prontas. Nesse sentido, acreditamos que essa experiência pode, em suas devidas proporções, ser efetivada também na Educação Básica, haja vista acreditarmos que quando os professores têm oportunidades diferenciadas como estudantes podem efetivá-las também na sua prática docente. A nossa experiência corrobora essa afirmação, pois a partir desse momento iniciamos um processo de mudança de atitude como professor de Matemática.

Quanto ao modelo, não se havia chegado ao resultado esperado e ainda não estava pronto, pois a fórmula a ser empregada, no caso da iluminação de áreas abertas, deveria ser a que permitisse determinar o iluminamento produzido por uma luminária, em cada ponto de uma dada superfície horizontal.

Assim, considera-se a Figura 3, onde F é um foco luminoso, com I candelas de intensidade, iluminado um ponto A. Calcula-se os iluminamentos i, produzidos por F, respectivamente, em um elemento de superfície horizontal e em um elemento de superfície vertical, situados ambos em A.

Figura 3

Pela figura, sendo h a altura do foco F acima do plano horizontal do ponto A, temos que: $d = \frac{h}{\cos\theta}$ e, portanto, $d^2 = \frac{h^2}{\cos^2\theta}$. Substituindo no modelo encontrado (2) $i = \frac{I.\cos\theta}{d^2}$, encontramos: $i = \frac{I.\cos^3\theta}{h^2}$

(iluminamento em função da altura da luminária)

4.2.2 Cálculo de *i* em função de *x*

Trata-se aqui do problema da iluminação de ruas e estradas, onde os focos são dispostos ao longo da área a iluminar, segundo uma única fila de postes.

Conforme a Figura 3, x é a distância do ponto de menor ilumina-mento (0,1*lux*), e o ponto O.

Fazendo $tg\theta = \frac{x}{h}$, temos que $h = \frac{x}{tg\theta}$ e substituído em $i = \frac{I.\cos^3\theta}{h^2}$ encontramos:

$$i = \frac{I.\cos^3\theta.tg^2\theta}{x^2}$$

Assim, isolando *x*, chegamos ao seguinte modelo:

$$\boxed{x = \sqrt{\frac{I.\cos^3\theta.tg^2\theta}{i}}}$$

4.2.3 O resultado encontrado pelo modelo

<u>Determinação da Intensidade luminosa (*I*):</u>

$$F_t = 4\pi I$$
$$5400 = 4.3{,}14.I$$
$$I = 430\ candelas$$

Passaremos agora para o cálculo da distância em que se encontra o menor iluminamento considerado, que seria de 0,1*lux* até o centro.

Para um iluminamento de 0,5*lux* o ângulo deverá ser de:

$$i = \frac{I.\cos^3\theta}{h^2} \therefore \cos^3\theta = \frac{i.h^2}{I} \therefore \cos\theta = \sqrt[3]{\frac{i.h^2}{I}} \therefore \cos\theta = \sqrt[3]{\frac{0{,}7^2}{430}} \therefore \theta{=}77°$$

Cálculo de x:

$$x = \sqrt{\frac{430.\cos^3 77^\circ .tg^2 77^\circ}{0,5}} = \sqrt{\frac{430x0,0113831x18,7616}{0,5}} = \sqrt{918,33}$$

$$x = 30$$

Como a distância D entre dois postes é dada por $D = 2x$ (Figura 1), temos:

$D = 30 \times 2 = 60$ metros para uma lâmpada de 125W. Considerando que as empresas de energia instalam os postes com uma distância média de 45 metros, podemos concluir que haveria uma economia razoável na quantidade de postes. Considerando que a vila tenha 10km (10.000 metros) de ruas, dividindo por 45m a empresa necessitará em torno de 222 postes, agora se utilizar a distância entre postes de 60 metros, irá utilizar em torno de 166 postes, uma economia de 25%. Importante ressaltar que neste estudo não foi levado em consideração a tração no fio e sua catenária (curva gerada por um fio suspenso pelas suas extremidades e sujeita à ação da gravidade), estamos supondo que a passagem de 45m de distância para 60m não irá causar qualquer problema ao fio. Mas fica aqui a sugestão para o estudo da tração no fio e sua catenária.

5 Considerações sobre a experiência

Neste relato a construção do modelo estava inserida em um contexto, ou seja, nasceu de uma necessidade de soluções que proporcionassem a minimização dos custos do projeto de eletrificação de uma vila na cidade de Guarapuava, Paraná. É importante ressaltar que além da construção do modelo, que consideramos fundamental, temos também que valorizar o processo reflexivo de construção. O envolvimento dos professores participantes com a realidade social, para a resolução do problema é considerado por nós um fator primordial, pois com isso a visão de uma formação estanque, apenas focada em conteúdos matemáticos, cai por terra.

Há a necessidade de enfrentamento de outras realidades. Essa condição pode favorecer o reconhecimento por parte dos professores, das dificuldades que os estudantes enfrentam e de, alguma maneira, humanizar o ensino de Matemática, que tantas vezes prioriza apenas o intelectual sem levar em conta outras dimensionalidades da vida humana, tais como os fatores econômicos, sociais, religiosos, entre outros.

Aspectos interdisciplinares puderam ser percebidos durante a investigação e resolução dos problemas vinculados ao tema escolhido, principalmente em relação aos estudos dos conceitos de Física, pois, sem eles, não seria possível a resolução do problema e o enfrentamento do fenômeno estudado. Aspectos transdisciplinares envolvendo a situação econômica do país, a questão da segurança e até mesmo da saúde das pessoas, também foram constatados e esse é mais um ponto que consideramos importante, haja vista que incitou atitudes de diálogo nas aulas de Matemática, a qual tende a fechar-se em suas próprias estruturas. Tal diálogo facilita uma atitude interdisciplinar e transdisciplinar em relação ao conhecimento em questão.

Nesta experiência foi possível perceber que aprender Matemática não significa receber todos os conceitos prontos. Os conceitos devem ser construídos com base nos que foram construídos anteriormente. Nessa perspectiva, segundo Bassanezi (1994 e 2002), os estudantes podem generalizar, estruturar ou desestruturar o universo matemático, para que possam compreender e resolver as situações-problema, que podem ser de natureza matemática ou originadas na realidade de cada indivíduo.

Não se tratou aqui de estudar teorias ou técnicas de resolução de modelos matemáticos, pois essas podem ser memorizadas, aprendidas e esquecidas; este relato procurou mostrar que houve um desafio conceitual e um raciocínio lógico e crítico que são, por sua vez, essenciais ao processo da Modelagem Matemática no ensino e aprendizagem da Matemática.

Referências

BASSANEZI, R. C. **A Modelagem como estratégia de ensino-aprendizagem**. Campinas: Unicamp, 1990.

______. Modelagem matemática. **Dynamics,** Blumenau, v. 1, n. 7, abr/jun, 1994.

______. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BURAK, D. **Modelagem matemática:** uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

______. **Modelagem matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

______. Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática. **Pró-Mat.** – Paraná. Curitiba, v.1, n.1, p.32-41, 1998.

______. A modelagem matemática e a sala de aula. In**:** Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 1, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

______. Modelagem matemática: avanços, problemas e desafios. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2, 2006, Apucarana, PR. **Anais...** Modelagem Matemática: Práticas, Críticas e Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática: Apucarana: FAP, 2006. p. 1-9.

CALDEIRA, A. D. Modelagem matemática e a prática dos professores do ensino fundamental e médio. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 1, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004.

JACOBINI, O. **A modelação matemática aplicada no ensino de estatística em cursos de graduação**. Dissertação de Mestrado. UNESP, Rio Claro. 1999.

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. Trad. Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

9

Um ensaio sobre a Complexidade, a Criatividade e as Representações Semióticas em uma atividade de Modelagem Matemática

Celia Finck Brandt

1 Introdução

Neste capítulo propusemos reflexões teóricas sobre o pensamento complexo e a criatividade, além das possíveis relações entre uma teoria de conhecimento pautada em representações semióticas, quando se trata do par representação x conceitualização de objetos matemáticos.

As relações buscadas dizem respeito às articulações possíveis, dicotomias, convergências e/ou divergências, complementaridades, contribuições, entre outras. Todos esses aspectos serão contemplados em análises de atividades envolvendo a Modelagem Matemática. Procedendo dessa forma estaremos seguindo o eixo teórico dos trabalhos apresentados nesta coletânea, referente à metodologia da Modelagem Matemática na perspectiva de Dionísio Burak.

Uma organização será contemplada para a exposição do quadro teórico e das interseções buscadas: ideias sobre complexidade e criatividade na perspectiva de diversos autores, e, na sequência, os aspectos teóricos principais referentes à teoria de representações semióticas e a conceitualização de objetos matemáticos defendida por Raymond Duval. Para articular todos os aspectos abordados no capítulo, destacaremos a metodologia da Modelagem Matemática na perspectiva de Burak, evidenciando as manifestações e a importância desses aspectos para a aprendizagem da Matemática na escola.

2 Complexidade

Morin (2005) diz que a complexidade ficou marginalizada por muito tempo no pensamento científico ocidental e que ainda é desconsiderada por muitos pesquisadores. Por conseguinte, há a predominância de um pensamento reducionista – cartesiano.

Quando os cientistas se deparavam com a complexidade dos fenômenos estudados, deixavam-na de lado ou a ignoravam. Assim, instalou-se uma unilateralidade na forma de se fazer ciência e de se investigar. As multidimensões foram “esquecidas”, justamente porque sobre elas não era possível

exercer controle, conforme ocorria na atitude cartesiana, que objetivava o domínio, a manipulação.

Esse domínio tornava-se exequível através da separação do todo em partes cada vez menores e mais “simples”, ou seja, a aplicação do cogito cartesiano – “penso logo existo”. Essa atitude reducionista é chamada por Morin (2005) de “mutiladora”, pois para ele, ao separar a parte do todo, estuda-se outra coisa qualquer, um objeto diferente do objeto inicial, uma vez que não é possível somar as partes para recompor o todo.

Vários exemplos podem ser apontados, em contextos diferenciados, que tornam possível apontar as implicações desse reducionismo. Tomemos por exemplo o conceito de letramento: numa dada época, ser analfabeto constituía problema sério, da mesma forma que analfabetismo era alvo de políticas para o seu combate. As reais condições do alfabetizado em relação às suas competências e habilidades entram em cena num contexto que exige o uso social da escrita e da leitura para atender às intensas demandas sociais.

Hoje, em um outro contexto, em uma outra cultura, esses novos significados entram em cena colocando como exigência a capacidade de usar a leitura e escrita em uma prática social (ler ou escrever um bilhete simples). Mas cabe ressaltar que outras questões estão relacionadas ao entendimento do que possa ser letramento em países com níveis de desenvolvimento diferenciados, conforme nos alerta Soares (2001). Dentre elas, destaca-se a garantia de escolaridade e de sua qualidade, que se apresenta de formas diferenciadas em países desenvolvidos ou em desenvolvimento, refletindo-se nos níveis de letramento da população. E, igualmente, às questões que se referem aos tipos de uso da leitura e da escrita, interesses, formas de acesso e as suas relações com o envolvimento em práticas sociais.

Outro exemplo que pode ser citado refere-se ao dilema do determinismo referido por Willian James (1956, apud PRIGOGINE, 1996, p.9), que está presente na nossa relação com o mundo e com o tempo. Segundo o autor, nessa concepção algumas questões emergem, dentre as quais: “O futuro é dado ou está em perpétua construção? É uma ilusão a crença em nossa liberdade? É uma verdade que nos separa do mundo?” O autor também relata que esse dilema coloca o tempo na encruzilhada do problema da existência e do conhecimento, ao mesmo tempo em que o toma como ponto de partida da ciência ocidental, que para alguns constituiu o triunfo do pensamento humano e para outros se tornou a origem do problema que a forma “[...] como foi incorporado nas leis fundamentais da física, da dinâmica clássica newtoniana até a relatividade e a física quântica nenhuma distinção entre passado e futuro” (Ibidem, p.10).

Mais uma vez são constatadas separações (entre passado e futuro) que, segundo Prigogine (1996), significam que a flecha do tempo não poderia emergir de um mundo considerado pela física como apresentando uma simetria temporal, vindo a caracterizar o paradoxo do tempo que transpõe para a física o dilema do determinismo.

A complexidade não pode ser entendida como uma receita que oferece solução para todos os problemas, ou como a resposta para tudo, antes ela é um desafio e uma motivação para pensar. Nessa perspectiva, "Acreditamos que a complexidade deve ser um substituto eficaz da simplificação, mas que, como a simplificação, vai permitir programar e esclarecer" (MORIN, 2005, p. 176) [sic].

Ela também não pode ser entendida como sinônimo de completude, pois é justamente o contrário, ela traz em si o problema da incompletude do conhecimento. Trabalha com a questão da multidimensionalidade[1], respeitando todas as dimensões de um objeto de estudo e, por esse motivo, "[...] ao aspirar a multidimensionalidade o pensamento complexo comporta em seu interior um princípio de incompletude e de incerteza". (Ibidem, p. 177).

A complexidade aceita antagonismos como: a ordem e a desordem para a organização; a universalidade e a particularidade; a complicação e a simplificação; a unidade e a multiplicidade; o princípio hologramático[2], as partes e o todo; conceitos claros/fechados e conceitos obscuros/abertos; autonomia e dependência; o quantitativo e o qualitativo; dentre outros.

Essas dicotomias aparentes não existem para Morin (2005), que considera os antagonismos como complementares, porque o pensamento complexo pretende encontrar um caminho para a multidimensionalidade, para que esses pares possam existir concomitantemente através do princípio da desordem organizadora.

O pensamento complexo foge da linearidade. Considera o externo e o interno, pensa em conjunto, não fragmenta, não divide e não mutila. "O pensamento complexo é aquele capaz de considerar todas as influências recebidas: internas e externas" (PETRAGLIA, 2005, p. 47).

Pressupõe o diálogo que é outra palavra-chave para o entendimento do pensamento complexo. Pois o diálogo, sob a ótica da complexidade,

[1] Segundo Morin (2007, p.38), "Unidades complexas, como o ser humano ou a sociedade, são multidimensionais: dessa forma, o ser humano é ao mesmo tempo biológico, psíquico, social, afetivo e racional. A sociedade comporta as dimensões histórica, econômica, sociológica, religiosa... O conhecimento pertinente deve reconhecer esse caráter multidimensional e nele inserir esses dados [...]".

[2] Holograma é a imagem da física cujas qualidades de relevo, de cor e de presença são devidas ao fato de cada um dos seus pontos incluírem quase toda a informação do conjunto que ele representa [...] até mesmo a mais modesta célula da epiderme, contém a informação genética do ser global (MORIN, 2005, p.181).

permite que apareçam as contradições lógicas e empíricas. Se associado ao princípio hologramático, no qual, de certa maneira as partes estão no todo e o todo está nas partes, a complexidade ou as complexidades estarão contempladas. Por isso, não desconsidera as produções elaboradas na esfera da Ciência Moderna, como por exemplo, a física newtoniana, porém não pára aí, vai além, procurando as dimensões que foram excluídas do processo de construção científica.

Igualmente permite estabelecer relações diferenciadas entre partes e todo quando os conjuntos são ilimitados. Por exemplo: no conjunto dos números naturais que é infinito, temos o conjunto dos números pares que também é infinito. Algum desses conjuntos tem mais magnitude que o outro? Contudo, o conjunto dos pares está contido no conjunto dos naturais, confirmando que nem sempre a parte é menor que o todo.

A complexidade exige estratégia no que concerne às atividades humanas porque somente ela permite que se avance na incerteza e no aleatório. Essa estratégia, por sua vez, segundo Morin (2005) refere-se à capacidade de "[...] utilizar informações que aparecem na ação, de integrá-las, de formular esquemas de ação e de estar apto para reunir o máximo de certeza para enfrentar a incerteza". (MORIN, 2005, p. 192).

A complexidade não tem método, mas pode ser um, no sentido de um "lembrete".

> O método da complexidade pede para pensarmos nos conceitos, sem nunca dá-los por concluídos, para quebrarmos as esferas fechadas, para restabelecer-mos as articulações entre o que foi separado, para tentarmos compreender a multidimensionalidade, para pensarmos na singularidade com a localidade, com a temporalidade, para nunca esquecermos das totalidades integradoras (MORIN, 2005, p. 192).

Essa afirmação de Morin (2005) nos desafia a interpretar que a complexidade é o caminho na direção da busca do saber total, que comporta o antagonismo de saber sempre de forma incompleta, parcial. É a junção de conceitos que lutam entre si. Reclama pelo pensar de forma organizacional, o qual não se resume na ordem ou em algumas leis determinadas. Deve incluir a relação autoecoorganizadora, ou seja, a relação íntima e profunda do ser humano com o meio ambiente e a relação hologramática, que une as partes ao todo e o todo às partes, de forma muito diferente, a uma simples somatória das partes ao procurar recompor o todo.

3 Criatividade

A criatividade, nos enfoques atuais e por nós estudados recentemente, leva em consideração, na maioria das pesquisas, a dimensão cognitiva (ALENCAR, 2002). E, nesse âmbito, existem algumas características que são elucidadas acerca da criatividade dentre as quais: 1) a fluência; 2) a flexibilidade; 3) a originalidade; 4) a elaboração; e 5) a redefinição ou avaliação.

A *fluência* estaria relacionada à capacidade que a pessoa tem de se expressar bem diante de determinada situação, isso nas mais diversas formas, que podem ser desde a verbal, a escrita, a gestual, etc.

A *flexibilidade* estaria relacionada à aptidão para a mudança em situações difíceis que não são muito comuns e às vezes até embaraçosas. Dito de outro modo, a pessoa seria capaz de sair de uma linearidade, de uma rotina, para dar as respostas necessárias à situação.

Encontramos nesta característica a possibilidade de utilização de estratégias exigidas pela complexidade dos fenômenos que, por sua vez, leva as pessoas a avançarem na incerteza e no aleatório. Essa possibilidade está relacionada a uma aptidão que deve ser desenvolvida, pois não nascemos e sim nos tornamos criativos. Como consequência, poderemos lançar mão de estratégias que estão relacionadas com um maior ou menor grau de criatividade, determinando as formas diferenciadas por meio das quais podemos utilizar informações, integrá-las, formular esquemas de ação, métodos, articulações e estar aptos para reunir o máximo de certeza para enfrentar a incerteza, conforme apontado por Morin (2005), visto que são oriundas de nossa compreensão de multidimensionalidade e de nossas formas de pensar no singular sem desconsiderar o local e o temporal e a sua pertença às totalidades integradoras.

A *originalidade* seria entendida como um ato criador. Respostas novas e inusitadas, novos caminhos percorridos na resolução de um problema, caracterizam a criação de algo novo, portanto, original.

Os fenômenos sempre se apresentam a nós, de uma forma ou de outra, complexos e com muitas dimensões, com influências internas e externas recebidas, que dão origem a problemas diversos que para serem solucionados não podem lançar mão de uma receita que ofereceria uma solução comum a todos eles.

Essa característica da criatividade pode ser então considerada importante para buscar as soluções dos problemas e, ao mesmo tempo, lidar com todas as questões que se relacionam com as complexidades, contradições

lógicas e empíricas, antagonismos, incompletudes, multidimensionalidade, princípio da desordem organizadora, incertezas e aleatoriedade.

A *elaboração* estaria relacionada à habilidade de organizar o pensamento para expressar-se de maneira clara, por meio da escrita, da fala, de gestos e outras formas de comunicação. Considerando a dimensão linguística de uma teoria de representações, evidencia-se que essa característica colocará em jogo as relações entre significantes e significados, considerando uma estrutura diádica de representação e uma estrutura triádica, que inclui uma significação tendo por referência um conceito, ideia ou objeto de conhecimento. Uma teoria de representações semióticas considerará os diferentes sistemas semióticos, os diferentes registros de representação, colocando em cena operações cognitivas de formação, tratamento e conversão, bem como as questões referentes ao conteúdo e à forma.

E por fim temos a *redefinição* ou *avaliação*, que estaria relacionada ao processo de olhar para trás, de voltar-se, de ser crítico consigo mesmo, com a sua construção, criação, ou elaboração. Por essas características é considerada uma habilidade fundamental para a formação da autocrítica e crescimento pessoal. Esta característica da criatividade é que possibilita as conexões, validações, porém não voltadas somente para aspectos internalistas de uma determinada área de conhecimento, mas sim para aspectos externalistas que irão voltar-se para dimensões de natureza teleoaxiológica e, dessa forma, permitir o estabelecimento da relação autoecorregularizadora, anteriormente citada.

Outras características destacadas por Alencar (2002) são muito semelhantes às anteriores, quais sejam: associativas, habilidades analógicas, habilidades metafóricas, habilidades abstratas. As habilidades estariam relacionadas à facilidade de associar ideias distintas que aparentemente não teriam conexões imediatas.

As habilidades analógicas estariam relacionadas à capacidade de comparação de ideias com coisas, objetos que já fazem parte do cotidiano.

As habilidades metafóricas estariam relacionadas à capacidade de utilização de sistemas explicativos a partir de metáforas, aproximando-se da habilidade analógica.

As habilidades abstratas estariam relacionadas à capacidade de abstração de conceitos, teorias, explicações, desligando-se de aportes concretos, empíricos ou situações do cotidiano.

A criatividade também tem a ver com a personalidade de cada indivíduo. Alguns traços da personalidade como: a autonomia, a flexibilidade

pessoal; a abertura à experiência; a autoconfiança; a iniciativa e persistência; sensibilidade emocional; e bagagem de conhecimento, são fundamentais para o desenvolvimento da criatividade.

Porém, os traços sempre estão relacionados às condições sociais e antropológicas, ou seja, ao contexto em que estão inseridos. São inúmeras as formas de condicionamentos que podem causar a apatia, a insegurança, o medo do fracasso, o medo de parecer ridículo, sentimentos de inferioridade em relação aos outros, que acabam por constituir-se em empecilhos aos atos criadores. (ALENCAR, 2002).

Uma pessoa considerada criativa, segundo Alencar (2002), pode adotar quatro papéis distintos de acordo com os traços de sua personalidade:

- O explorador de ideias – que sempre irá em busca de novas situações que podem esclarecer suas duvidas. Procura encontrar respostas para suas inquietações;
- O artista de ideias – que trata as ideias como arte, como algo que é visceral, que nasce de si, que refaz; enfim, que faz como um pintor que escolhe as melhores telas, tintas, luminosidade, etc;
- O juiz de ideias – capaz de julgar, quando as ideias são boas, errôneas, distorcidas e capaz de julgar as próprias criações; • Oguerreiro – entendido como persistente, sabendo que nem sempre as coisas ficam boas em um primeiro momento, mas que é fundamental ter a perseverança, lutando contra as limitações particulares e contra aquelas impostas pelas condições exteriores (nesse sentido, a complexidade dos fenômenos tem que ser admitida em relação às incompletudes e do conhecimento parcial sobre as coisas).

A partir do que foi explicitado anteriormente, fica claro que a criatividade é influenciada tanto pelas condições interiores como pelas exteriores ao sujeito. Não é inata, mas é construída em conjunto com as potencialidades e limitações que o ser humano tem em nível pessoal e em nível coletivo. É preciso, então, pôr em diálogo constante aquilo que o sujeito tem em sua “bagagem” hereditária, biológica, cognitiva e outras, bem como o que os ambientes sociais, culturais, econômicos e outros lhe oferecem. Somente a partir desse entendimento a criatividade poderá ser desenvolvida e “cultivada”.

4 Representações semióticas

A teoria das representações semióticas contempla a dimensão cognitiva da construção de conhecimentos, e para todas as áreas de conhecimento,

inclusive para o campo da matemática, ela é de capital importância, além de constituir uma abordagem caracterizada pela originalidade, conforme defendido por Duval (2003, p.1), para a conceitualização de objetos de conhecimento. No caso da matemática o autor afirma:

> A originalidade de uma abordagem cognitiva está em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade de processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino.

Segundo o mesmo autor, alguns conceitos das representações semióticas são fundamentais para a compreensão da aprendizagem em Matemática, dentre os quais destaca-se: 1) os tipos de registro de representação – os registros multifuncionais e os registros monofuncionais; 2) as transformações das representações "inter" e "intra" – registros possibilitados pelas operações cognitivas de formação, tratamento e conversão.

Fundamental, igualmente, será enfrentar o fenômeno da congruência semântica, oriunda da operação cognitiva de conversão que irá transformar um registro de representação pertencente a um sistema semiótico de representação para outro, pertencente a outro sistema semiótico.

Quanto aos tipos de registro de representação, os multifuncionais são formas de tratamentos não algoritmizáveis, subdivididos em dois grupos. 1) Registros multifuncionais de representação discursiva – representações em linguagem natural, com associações verbais (conceituais). Constituem-se de argumentações fundadas em observações, crenças e deduções validadas a partir de definição ou de teoremas. 2) Registros multifuncionais de representação não discursiva – formados por figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3), que se caracterizam por apresentarem apreensão operatória e não perceptiva e serem construídos com o auxílio de instrumentos.

Os registros monofuncionais, que são formas de tratamento algoritimizáveis, também são subdivididos em dois grupos de registros de representação: 1) discursivo – composto pelos sistemas de escrita: numéricas (binária, decimal, fracionária e outras), algébricas e simbólicas (línguas formais, enfim cálculo); e 2) não discursivo – composto pelas representações como os gráficos cartesianos, as mudanças de sistema de coordenadas, a interpolação e a extrapolação.

Segundo Duval (2003), a originalidade da atividade matemática se caracteriza pela possibilidade de trabalho simultâneo com ao menos dois

tipos de registros de representação ao mesmo tempo, ou ainda, pela possibilidade de se efetuarem trocas de registro a todo o momento.

Quanto às transformações das representações, ressaltamos que elas podem ser obtidas por meio da operação cognitiva de *tratamento* e ocorrem quando a transformação acontece no interior do mesmo sistema semiótico, como, por exemplo, ao se efetuar um cálculo permanecendo exclusivamente na representação numérica.

No entanto, a transformação pode também ser efetuada por meio da operação cognitiva de conversão e, nesse caso, os registros transformados mudam de sistema semiótico, como, por exemplo, na transformação de uma função em linguagem algébrica para a sua representação gráfica.

Em virtude dessas transformações possibilitadas, há que se levar em consideração a complexidade das representações, associando-as com as questões relativas à complexidade de expressão do significado de um conteúdo matemático e também à necessidade de aprendizagem do conteúdo do registro de representação. Assim, são os gráficos que se constituem de eixos, inclinação, plano cartesiano, representação de pontos no plano por meio de pares ordenados (conteúdo da representação gráfica) e também as funções escritas na forma algébrica, que possuem coeficientes, variáveis e outros conteúdos próprios de sua representação (conteúdos da escrita algébrica). Ambos se remetem ao mesmo conteúdo matemático, o de funções. Por isso Duval (2003, p.16) esclarece que "[...] passar de um registro de representação a outro, não é somente mudar de tratamento, é também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto".

É necessário explicitar ainda, o fenômeno relacionado às variações de congruência semântica que ocorrem quando há atividade da conversão, destacando a manifestação da heterogeneidade dos sentidos de conversão.

A atividade de conversão, por enfrentar o fenômeno da congruência semântica, pode explicar, segundo Duval (1995), grande parte dos sucessos ou insucessos dos alunos em atividades de mudança de sistemas semióticos. Existem condições que caracterizam uma operação de conversão semanticamente congruente:

- correspondência semântica entre as unidades de significado;
- unicidade semântica terminal;
- conservação da ordem das unidades.

A atividade de conversão torna-se não congruente quando uma dessas três condições não for satisfeita. Nessa perspectiva, quando se invertem os registros de partida e de chegada, nem sempre se garante a congruência.

Há diferenças significativas entre o registro de partida e de chegada para a congruência semântica (DUVAL, 2003).

Tudo isso implica que a aprendizagem em matemática passe pelo diálogo com mais de um tipo de representação, necessitando de aprendizagens que se referem ao conteúdo do objeto matemático e ao conteúdo da representação em si.

5 Relacionando as teorias com a Educação Matemática

Em decorrência do exposto sobre as três teorias, procuramos tecer nessa seção algumas considerações ainda preliminares no tocante às possibilidades de interseções que venham a contribuir para a Educação Matemática. Faremos isso contemplando a metodologia da Modelagem Matemática para o desenvolvimento dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática na Educação Básica.

A teoria da complexidade é muito abrangente e, pelo explicitado no início desse ensaio, consideramos que ela pode abarcar as outras duas teorias, em virtude de que não tem preconceitos e dificuldades em aceitar as contribuições teóricas que muitas vezes até parecem antagônicas.

Uma interseção clara entre a complexidade e a criatividade está na consideração dos aspectos externos e internos. Nos aspectos externos podemos citar os sociais, os antropológicos, os culturais e os internos à hereditariedade, temperamento e fatores biológicos. Interpreta-se que, para o desenvolvimento da criatividade na Educação Matemática, faz-se necessário o diálogo com a complexidade dos fenômenos que vão muito além dos aspectos puramente cognitivos, ou seja, dependem do mundo e do contexto, assim como outras variáveis pessoais.

A falsa "simplicidade" ou "clareza" com que os conteúdos matemáticos são tratados pode ser superada por meio de uma teoria de representações semióticas na perspectiva de Raymond Duval. Essa simplicidade incita a não compreensão dos conteúdos matemáticos que são dados como prontos e acabados e abordados mecanicamente no processo de ensino. De acordo com Duval (1995), é necessário o domínio de pelo menos dois registros acerca do mesmo conteúdo para que ocorra a compreensão em Matemática. Não só o domínio, mas a transformação de um objeto de conhecimento realizada por meio da operação cognitiva de conversão.

Essa operação cognitiva vai exigir determinados procedimentos metodológicos para não ser caracterizada como uma simples decodificação. Nesse caso, deve-se proceder com alterações nas unidades significativas de

um registro e verificar se elas produzem alterações no seu registro associado, tendo por referência outro objeto matemático. Essa operação exige uma coordenação dos procedimentos pelo sujeito aprendiz.

Um exemplo citado por Brandt (2005) permite esclarecer esse encaminhamento metodológico: seja um número expresso por uma palavra ou por um numeral arábico. Enquanto palavra, identificamos as unidades significativas, que nesse caso são os sufixos e prefixos, articulados entre si por meio de operações de adição e subtração. Por exemplo: "doze" apresenta o prefixo "do", que é uma deformação da palavra *dois* e o sufixo "ze" que é uma deformação da palavra *dez*. Nesse caso eles são articulados entre si por uma operação de adição: 2 + 10. Já o numeral arábico possui como unidades significantes os algarismos (de 0 a 9) e é a posição por eles ocupada na representação arábica que vai representar potências crescentes de dez, da direita para a esquerda. Assim, o número 12 possui o algarismo "1" que, em virtude de sua posição, indica um grupo de dez, e o algarismo "2", que, em virtude de sua posição, indica duas unidades. Eles são articulados pelas operações de adição e multiplicação: 12 = 1 x 10 + 2.

Para outros números teremos outras especificidades: 43 = 4 x 10 + 3 e na sua escrita, em língua materna, as palavras *quarenta* e *três* apresentam um prefixo "quar", da palavra *quarenta*, que corresponde a uma deformação de *quatro*, e o sufixo "enta", que representa uma deformação de *dez*. Eles são articulados entre si por operações de adição e multiplicação: quarenta e três = 4 x 10 + 3.

Pode-se observar nas transformações de um registro pertencente a um determinado sistema semiótico em outro fenômeno, o da não congruência, pois não se garante a mesma ordem das unidades nos dois registros, em determinados casos (*12* e *doze*); ou na não univocidade semântica terminal (como no caso do 43, que possui duas unidades significantes e a sua representação na língua materna possui quatro unidades significantes – o prefixo e o sufixo da palavra *quarenta*, o conectivo e a palavra *três*).

A nosso ver, a transição entre registros de representação se caracteriza como uma abertura à complexidade, haja vista que os modelos de representação não podem estar isolados uns dos outros, precisam dialogar e fazer sentido em um contexto mais amplo que apenas uma representação. Essa complexidade diz respeito igualmente ao fenômeno da congruência semântica colocada pelo sentido da conversão. Dois registros de representação podem ser congruentes em um sentido e não o serem no sentido inverso.

Para as atividades em Educação Matemática, a seguinte pergunta poderia ser feita: como propiciar a criatividade levando em consideração a

complexidade do conhecimento, favorecendo a aprendizagem em Matemática juntamente com atividades que contemplem as representações semióticas?

Essa questão nos instiga a pensarmos em alguma atividade relacionada à Modelagem Matemática, tendência em Educação Matemática que faz parte de nossa trajetória de pesquisa há mais de três anos.

Assim, podemos propor hipoteticamente uma atividade levando em consideração os aspectos da Modelagem conforme a perspectiva de Burak (1998, 2004) e sob a ótica da complexidade, buscando elementos que permitam considerá-la como facilitadora do processo criativo e destacando as contribuições da teoria das representações semióticas para a conceitualização dos objetos matemáticos. Entretanto, antes de adentrarmos na proposta de atividade, retomaremos o entendimento de Burak (1998, 2004) acerca da Modelagem, já contemplado nos textos apresentados nessa coletânea. Faremos isso para possibilitar a compreensão dessa leitura sem a necessidade da leitura dos textos anteriores.

6 Modelagem Matemática sob a ótica da complexidade e a contribuição da teoria das representações semióticas para o desenvolvimento da criatividade

Para o desenvolvimento de uma atividade com Modelagem Matemática Burak (1998, 2004) sugere cinco etapas: *1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemática no contexto do tema; 5) análise crítica das soluções.* Essas etapas devem ser encaminhadas sempre levando-se em consideração os dois princípios propostos pelo autor: 1) o interesse do grupo; e 2) a obtenção de informações e dados do ambiente, onde se encontra o interesse do grupo.[3] Durante todo o processo da Modelagem, a postura do professor é primordial, pois assume o papel de mediador.[4]

Essas etapas já foram explicitadas em um dos artigos desta coletânea e serão retomadas nas análises das relações contempladas neste ensaio.

[3] Podem ser coisas próprias do ambiente próximo, ou externas, justamente por ser contextual. Assim, ambiente pode ser entendido como o contexto escolhido pelos alunos. Como por exemplo, temas televisivos, futebolísticos e outros.

[4] O professor mediador não é no sentido de transmissão, como aquele que sabe os conteúdos e repassa aos alunos, apenas sendo uma "ponte" para os conteúdos. Mediador é tomado de forma interacional, ou seja, considera o que os alunos sabem e a partir do que ele, professor, sabe, estabelece um diálogo de aprendizagem.

No trabalho com a Modelagem faz-se um caminho inverso do usual, no qual os conteúdos determinam os problemas, ou seja, os problemas determinam os conteúdos.

No momento precedente à escolha do tema, na metodologia da Modelagem Matemática, acontece algo muito semelhante à uma técnica apresentada por Alencar (2002) para oportunizar o desenvolvimento da criatividade nos educandos. Esta se refere à tempestade de ideias, ou seja, os alunos são incentivados a expressarem os seus anseios e seus interesses, favorecendo a criação de discussões e possibilitando que sintam-se em plena liberdade para expressar suas ideias, uma vez que a liberdade é um dos fatores primordiais para o desenvolvimento da criatividade. Essas ideias devem ser valorizadas pelo fato de que podem favorecer o processo de criação.

De acordo com nosso entendimento, durante a ***escolha do tema***, que é gerado pelo interesse do grupo, abre-se um caminho para a multidimensionalidade, característica fundamental do pensamento complexo, pois o conteúdo matemático a ser trabalhado posteriormente terá um contexto amplo, relacionado à dimensão histórica, econômica, geográfica, sociológica, dentre outras, conforme ensejado pelo tema durante o encaminhamento.

Suponhamos que os alunos tivessem interesse em investigar o tema denominado "música popular brasileira". A quantidade de dados e informações sobre tal tema é imensa, bem como as possibilidades de busca em sites, revistas, jornais, são extensas, além de livros específicos sobre o assunto. Esse primeiro momento exige do professor e dos alunos a utilização de aspectos relacionados à criatividade, como, por exemplo, na avaliação e na capacidade associativa, para poderem "filtrar" as informações e escolherem àquelas que melhor servem para o tema escolhido. Professor e aluno devem elaborar estratégias de coleta de dados. Isso porque o tema como um todo não pode ser isolado de suas dimensões e ao mesmo tempo deve ser percebido em sua "[...] inter-retroação permanente com todas as outras dimensões humanas" (MORIN, 2007, p. 38).

Destaca-se que a complexidade do fenômeno exige a criatividade para o enfrentamento dos problemas, mas que não emerge por si só, por contemplação, e sim por desafios, tal como possibilitado pela metodologia da Modelagem Matemática.

No momento da ***pesquisa exploratória,*** que contempla a etapa de investigação acerca do tema, os alunos terão de coletar dados diversos e sistematizá-los, sendo responsabilidade do professor ajudá-los nesse processo. É uma etapa qualitativa que estimula o diálogo nas aulas de matemática, afastando-se dos moldes usuais de reprodução, que apenas se voltam para

o quantitativo e para a repetição de leis, padrões algoritmos, entre outros. Nessa etapa já podem surgir dados que tratem de matemática, mas sobre os quais os alunos ainda não conseguem fazer uma leitura e ter uma compreensão adequada.

Durante o ***levantamento dos problemas***, acerca do tema "música popular brasileira", os alunos poderiam, por exemplo, perguntar sobre a vendagem de discos de um determinado cantor. Esse problema ensejaria um estudo estatístico, uma leitura de gráficos, tabelas e o conhecimento do sistema monetário. Nesse momento, seria pertinente o tratamento dos conteúdos matemáticos sob os diversos registros de representação semiótica. As conceitualizações dos objetos matemáticos possibilitariam a leitura acerca dos significados "ocultos", por trás dessa vendagem. Professor e educando colocam-se como agentes do processo de ensino e de aprendizagem, favorecendo mais uma vez a questão da multidimensionalidade e do diálogo reclamado pela teoria do pensamento complexo. Na elaboração dos problemas, professor e educando estarão desenvolvendo habilidades criativas como as associativas, as analógicas e as abstratas.

Quanto à ***resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema***, destacamos tratar-se da etapa em que as representações semióticas podem fazer mais sentido para a atividade matemática.

O professor, de acordo com os problemas suscitados pelos estudantes, pode encontrar subsídios para a inserção de um conteúdo que dê conta das necessidades das situações-problema. Tomando o tema "música popular brasileira", por exemplo, poderá ser conveniente o estudo de um gráfico que pode servir como ponto de partida para o ensino de um conteúdo como o de funções, isso na medida em que o professor oportunize ao educando a coordenação da operação cognitiva de conversão de registros de representação dos conteúdos contidos, por meio da explicitação dos significados das unidades de sentido presentes.

Esta coordenação vai exigir procedimentos metodológicos que incluam a alteração de unidades significantes num registro e a observação de que elas provocam alterações no registro associado, tendo por referência outro objeto matemático.

Nessa metodologia, a escolha de um registro não é engendrada como no livro didático que pressupõe a conversão de um registro para outro, mas não o executa visto que não exige a coordenação do sujeito aprendiz no momento da realização da operação cognitiva de conversão de registros. O registro de representação irá surgir no processo da Modelagem e o significado

do conteúdo matemático por ele representado exigirá o domínio de uma outra forma de representação para que se dê conta da interpretação do fenômeno estudado. Se este domínio não existir será necessário contemplar num primeiro momento a operação cognitiva de formação de registros. Essa operação cognitiva exercerá a função de expressão do objeto de conhecimento e deverá considerará a estrutura triádica presente nesse processo e que envolve o significado, os diversos significantes possibilitados e a significação pelo sujeito que carrega toda influência da cultura, história, contexto, etc.

Podemos exemplificar esse procedimento com a palavra *razão* (significante), utilizada como registro de representação, na língua materna, de um quociente entre duas grandezas de mesma natureza (significado). Essa palavra pode ser significada de formas distintas por sujeitos distintos: para um leigo pode significar "estar certo", para um filósofo pode significar "racionalidade" e para o matemático ela pode expressar a relação quantitativa existente entre duas medidas. Caso seja elaborado um modelo matemático para a avaliação da situação-problema, o auxílio da linguagem matemática, sob diferentes registros de representação, permitirá aos alunos e professores terem maior entendimento do estudo que efetuam. Há aproximações com um pensamento qualitativo e quantitativo associados, pois a pergunta é qualitativa e o tratamento matemático quantitativo, comportando muitas vezes a desordem, a dúvida, as incertezas que fazem parte do trabalho.

O pensamento complexo torna-se requisitado para a resolução dos problemas, evidenciando um currículo não linear visto que estabelece conteúdos referentes aos problemas colocados pelos temas. Outra especificidade do currículo que se estabelece diz respeito aos aspectos considerados relativos aos conteúdos, contemplando, dessa forma, dimensões teleoaxiológicas no processo de ensino, ao considerar não somente aspectos internalistas, voltados para a matemática em si mesma, mas também para aspectos externalistas, voltados para fins e valores da formação matemática dos alunos. É o conjunto que se manifesta ao pensamento, não fragmentado e não mutilado.

A criação de um modelo pode ser entendida como um ato criativo, já que, partindo de conceitos que são apreendidos, podem "nascer" novas maneiras de escrever sobre determinado fenômeno ou ainda sobre determina situação estudada. Seria o domínio do conhecimento que busca a totalidade, sem reduzir e sem mutilar, desde o tema à aprendizagem do conteúdo matemático contextualizado.

A ***análise crítica das soluções*** é a etapa que permitirá retornar aos pontos fracos que não foram devidamente esclarecidos nas etapas anteriores, além de enriquecer, complementar e aprofundar aspectos relativos ao

conhecimento abordado. Nessa etapa da Modelagem é evocada a ***redefinição*** ou ***avaliação*** mais uma característica da criatividade e ***a incompletude*** e ***incerteza do conhecimento***, características do pensamento complexo**.** Esse pode favorecer o desenvolvimento da autocrítica e o crescimento pessoal tanto do professor como do estudante. É a etapa em que os antagonismos podem surgir não para serem superados, mas para serem compreendidos, uma vez que o objeto problematizado é multidimensional, e que, para serem admitidos, precisam ser entendidos como complementares em virtude das diversas dimensões do contexto e do sujeito conhecedor.

Esta redefinição (avaliação) surgirá por meio de um diálogo que emerge da interação entre sujeitos e objetos de conhecimento e dos sujeitos entre si. Esse tipo de diálogo, oriundo da interação, coloca em cena as contradições e as complexidades tanto do todo como das partes, considerando o princípio hologramático.

7 Considerações finais

Este ensaio procurou apresentar a nossa compreensão sobre a Modelagem Matemática sob a ótica da complexidade e como possibilitadora do desenvolvimento da criatividade, recebendo contribuições de uma teoria de representações semióticas para a conceitualização de objetos matemáticos. Essa discussão se insere no campo da Educação Matemática porque se preocupa com contribuições para o desenvolvimento de um processo de ensino voltado para uma formação matemática dos educandos, significativa e efetiva.

Apresentamos um exemplo hipotético visando esclarecer os momentos em que essas teorias encontram espaço no âmbito da Modelagem e como essa favorece o desenvolvimento da criatividade, sob a ótica da complexidade e com o auxílio das representações semióticas para o ensino da Matemática.

Assim procedemos visto que a construção do conhecimento, em específico do conhecimento matemático, tem que levar em conta a visão multidimensional, evitando a visão unidimensional que é abstrata e desfigura o real.

Apenas a simplificação não cabe mais para a interpretação do mundo e de seus fenômenos que influenciam a vida dos homens e são por eles influenciados.

Pensar em conhecimento significa pensar em um sujeito pensante imerso em uma totalidade e dela inseparável.

Na condução de um processo de ensino sob esta ótica, isto é, da complexidade e não de simplificação, há que se considerar necessárias metodologias condizentes com essas formas de pensar o todo e o sujeito do conhecimento.

Defendemos que a metodologia da Modelagem Matemática é capaz de levar em conta a complexidade da realidade na dimensão “[...] antropo-social na sua microdimensão (o ser individual) e na sua macrodimensão (o conjunto planetário da Humanidade) [...]” (MORIN, 2003, p.19).

Os problemas levantados pelos temas abrem caminhos para trabalhar com as incertezas e contra elas, e também com o acaso. Isso porque esses temas são oriundos de acontecimentos, ações, determinações e acasos que constituem o mundo. As soluções buscadas devem perseguir tanto a ordem como a desordem, tanto o certo como o incerto, e devem considerar as ambiguidades, buscando não somente clarificar, distinguir e hierarquizar, mas desvendar todos os caracteres do fenômeno complexo. Isso exigirá considerar a vida tal como apontada por Morin (2004, p. 21): “[...] um fenômeno de auto-eco-organização extraordinariamente complexo que produz autonomia.”

A vida assim considerada permite compreender que qualquer fenômeno não pode ser ocultado e nem dissociado de fenômenos antropossociais, e que, por isso, devem obedecer a princípios de inteligibilidade complexos, tais como, os dos fenômenos naturais.

O que podemos levantar como questão para debate é que a proposição de temas permite uma visão sistêmica, contempla o desequilíbrio e supõe a existência de um sujeito no mundo, inseparável dos objetos de conhecimento.

A representação e a comunicação desses objetos têm que lançar mão de registros de representação para as conceitualizações necessárias para atingir o conhecimento objetivo. Essa questão nos remete à consideração de que uma teoria de representações semióticas é necessária para garantir essa visão sistêmica em que sujeito e objeto de conhecimento interagem.

Essas conceitualizações são necessárias para o alcance da autonomia que, segundo Morin (2005, p. 96):

> [...] depende das condições culturais e sociais. Para sermos nós próprios, é-nos preciso aprender uma linguagem, uma cultura, um saber [...] esta autonomia alimenta-se de dependência; dependemos de uma educação, de uma linguagem, de uma cultura, de uma sociedade [...].

A autonomia, por sua vez, será alcançada se ao sujeito for oportunizado o diálogo que colocará em jogo as suas capacidades de se expressar e comunicar ideias, nas mais diversas formas, necessitando, portanto, de registros de representação semióticos, de modo flexível, em virtude da complexidade dos fenômenos, de sua multidimensionalidade e incompletudes. A metodologia da Modelagem Matemática possibilita esse diálogo e pode, por um lado, ser olhada sob a teoria da complexidade; e por outro, pode ser relacionada à teoria da criatividade por exigir elaborações, redefinições e por contemplar avaliações constantes, tanto do processo, como do produto.

A complexidade dos fenômenos e suas problematizações, com suas influências internas e externas, exigirão aptidões para o enfrentamento do inusitado, inesperado, não rotineiro, do incerto e do aleatório. Essas aptidões estão relacionadas com a criatividade do sujeito que determinará os diversos e diferentes caminhos possíveis para resolver os problemas utilizando informações articuladas, integradas às totalidades.

As soluções buscadas exigirão atos criadores, busca de caminhos próprios e originais, redefinições colocadas pela complexidade e avaliações das formas de proceder, dos resultados encontrados e das possibilidades de validações e generalizações.

A complexidade dos fenômenos e as problematizações, oportunizadas pela metodologia da Modelagem Matemática, colocam em cena o exercício de um novo papel por parte dos sujeitos, o daquele que busca, procura, julga e precisa ser persistente para enfrentar as incompletudes e as ignorâncias.

As discussões apresentadas neste trabalho são embrionárias, porém entendemos que podem contribuir para futuros aprofundamentos teóricos e práticos para o desenvolvimento de pesquisas em Educação Matemática com Modelagem Matemática, remetendo-se à complexidade, à criatividade e às representações semióticas.

Referências

ALENCAR, E. S. de. **Como desenvolver o potencial criador**: uma guia para a liberação da criatividade em sala de aula. Petrópolis: Vozes, 2002.

BRANDT, C. F. **Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração**. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) –Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2005.

BURAK, D. **Modelagem matemática:** uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

______. **Modelagem matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

______. Formação dos pensamentos algébricos e geométricos**:** uma experiência com modelagem matemática. **Pró-Mat.** – Paraná. Curitiba, v.1, n.1, p.32-41, 1998.

______. A modelagem matemática e a sala de aula. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 1, 2004. **Anais...** Londrina: UEL. p. 1-10.

CAPRA, Fritjof. **O tao da física.** São Paulo: Cultrix, 1983.

DUVAL, R. **Sémiósis et pensée humaine :registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Suisse: Peter Lang, 1995.

______. Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. (Organizadora Sílvia Dias Alcântara Machado). Campinas, SP: Papirus, 2003.

MORIN. E.. O desafio da Complexidade. In: ______. **Ciência com Consciência.** Tradução de Maria D. Alexandre e Maria Alice Sampaio Dória. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2005, p. 175-195.

______. **Os sete saberes necessários à Educação do Futuro**. Tradução de Catarina Eleonora F. da Silva e Jeanne Sawaya; revisão técnica s Edgard de Assis Carvalho. 12. ed. São Paulo: Cortez, Brasília, DF: UNESCO, 2007.

______. **Introdução ao pensamento complexo**. 4 ed. São Paulo: Instituto Jean Piaget, 2003. tradução de Dulce Matos.

PETRAGLIA, I. C. **Edgar Morin:** A educação e a complexidade do ser e do saber. Petrópolis: Vozes, 2005.

PRIGOGINE, I. **O fim das certezas:** tempo, caos e as leis da natureza. São Paulo: Editora da Universidade Paulista, 1996.

SOARES, M. **Letramento docente:** um tema em três gêneros. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2001.

10

Modelagem Matemática na Educação Básica: uma experiência vivida

Helaine Maria de Souza Pontes
Dionísio Burak

1 Introdução

Este texto trata de uma experiência de Modelagem Matemática[1] na perspectiva de Burak, desenvolvida em uma escola municipal da cidade de Curitiba, com alunos da 7ª série do Ensino Fundamental. Consiste em uma pesquisa de cunho qualitativo, com delineamento da pesquisa-ação, com o objetivo de conhecer as implicações da Modelagem na Educação Matemática para o ensino. Portanto, busca responder a seguinte questão: "O que se evidencia em um trabalho na perspectiva da Modelagem Matemática na Educação Básica?"

A escolha por esta metodologia de pesquisa está respaldada na preocupação constante de vincular o trabalho docente com a investigação científica, para elucidar tanto as nossas dúvidas, como as que são levantadas por outros colegas da área. Esse propósito está de acordo com o entendimento de Miranda e Resende ao defenderem que a pesquisa-ação

> [...] articula a relação entre teoria e prática no processo mesmo de construção do conhecimento, ou seja, a dimensão da prática – que é constitutiva da educação – seria fonte e lugar privilegiado da pesquisa. Além disso, a própria investigação se converteria em ação, em intervenção social, possibilitando ao pesquisador uma atuação efetiva sobre a realidade estudada (2006, p. 511).

Consideramos que esta metodologia esteja de acordo com o propósito deste trabalho pela possibilidade de viabilizar que o objetivo elencado há pouco seja atendido e que a pergunta norteadora seja respondida. Essa expectativa está respaldada no entendimento de Franco (2005) ao afirmar que um trabalho nesta perspectiva permite uma proximidade entre a produção científica e a realidade de sala de aula, por meio dos diálogos que se estabelecem entre pesquisadores e práticos, considerando as preocupações de uns e expectativas de outros.

---

[1] Para evitar repetições desnecessárias ao nos referirmos à Modelagem Matemática, nesse trabalho estamos nos referindo à Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.

O texto está organizado de forma que primeiramente é abordada a concepção teórica de Burak (1992, 2010a, 2010b) e Burak e Klüber (2008, 2010). A seguir são exploradas as etapas desta metodologia de ensino na prática docente e analisados os dados obtidos no desenvolvimento das atividades propostas.

A iniciativa de trabalhar nesta perspectiva foi motivada pela necessidade de desenvolver uma metodologia de ensino que atenda ao interesse dos estudantes, para que seja possível alcançar um maior envolvimento e melhor rendimento.

A escola em que a pesquisa foi realizada tem uma boa estrutura física, com salas ambientes de várias áreas, inclusive de matemática. É composta por um corpo docente envolvido com sua prática e uma administração rigorosa e exigente, principalmente com a organização do trabalho e com as questões pedagógicas. No entanto, a escola está localizada em um bairro de periferia com problemas sérios de violência, em virtude do tráfico de drogas intenso. A turma de 7ª série, composta por trinta estudantes, sendo dezoito meninas e doze meninos, com idade entre 13 e 15 anos, era agitada, principalmente pelo excesso de conversa. No entanto, os estudantes, na sua maioria, mostravam-se comprometidos e entusiasmados com aulas diferentes das tradicionais. Houve a participação da maior parte da turma em todas as etapas da Modelagem.

Antes de discorrer sobre o trabalho realizado serão considerados os pressupostos teóricos que fundamentaram este estudo.

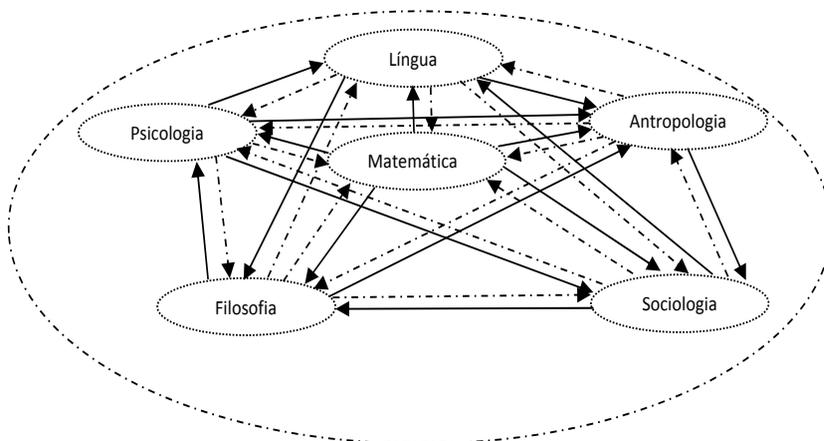
2 Fundamentação teórica

Para uma melhor compreensão em relação à Modelagem Matemática na Educação Matemática, consideramos necessário conhecer elementos sobre a Educação Matemática e notadamente sobre sua natureza. A Educação Matemática que defendemos tem como objeto de estudo os processos de ensino que visam à aprendizagem da Matemática e está alicerçada nos fundamentos das ciências humanas e sociais pois, para Santos (2006), todo conhecimento científico natural é científico social. Sendo assim, o conhecimento matemático é construído por meio das relações sociais e da contribuição de outras áreas do conhecimento (BURAK; KLÜBER, 2010).

Para uma melhor compreensão das razões que motivam a defesa de uma Educação Matemática embasada nas ciências humanas e sociais, há que se pensar em um trabalho docente que não se limite ao estudo dos conceitos matemáticos desvinculados da realidade. Isso tornaria o potencial de

importância da Matemática limitado, por assumir somente um papel numérico, estático e lógico, logo, frio e desumano. Para tanto é preciso considerar que Burak (2010a) defende não somente a Matemática como único meio de solução para determinado problema, mas vários recursos, que podem ser provenientes de conhecimentos econômicos, médicos, biológicos, sociais, políticos e muitos outros, assim como as atitudes solidárias. Os dados estatísticos, por exemplo, têm mais significado na sala de aula, se partirem de uma situação real, que envolve os exemplos apontados como meios de solução dos problemas do cotidiano.

A ideia da construção do conhecimento matemático, comentada anteriormente, pode ser elucidada pela representação a seguir.

Figura 1 – Educação Matemática

Fonte: BURAK; KLÜBER, (2010, p. 152).

A **Figura 1** evidencia as relações que podem ser estabelecidas entre as diversas áreas do conhecimento e a importância de cada uma delas para a Educação Matemática.

É pertinente observar que nessa representação há uma interação entre as áreas, que acontece sem que qualquer uma delas seja privilegiada, ou seja, reforça o grau de relevância de todas. Percebe-se também que está aberta à possibilidade de incorporação de outras áreas, permitindo que a Educação Matemática faça parte de um processo dinâmico, sujeito às mudanças.

No que diz respeito às metodologias de ensino discutidas pelos pesquisadores da Educação Matemática, Flemming, Luz e Mello (2005) entendem

que há diferentes abordagens, no entanto, nos limitaremos a considerar as tendências que são contempladas nas Diretrizes Curriculares da Educação do Estado do Paraná. Esse documento sugere que o ensino de Matemática deve ser conduzido por meio da: resolução de problemas, Modelagem Matemática, mídias tecnológicas, etnomatemática, história da matemática e investigação matemática. São tendências metodológicas adequadas para fundamentar a prática docente, têm "[...] grau de importância similar entre si e complementam-se umas às outras" (PARANÁ, 2008, p. 63).

Uma atividade envolvendo a Modelagem Matemática, por exemplo, pode envolver a resolução de problemas, mas também o uso de tecnologia na confecção de uma tabela ou um gráfico, mostrando que essas tendências podem ser complementares em uma prática educativa. Como neste estudo optamos por conduzir o ensino na perspectiva da Modelagem Matemática, trataremos a seguir, sobre esta metodologia.-

Sabemos que há entendimentos diferentes entre os pesquisadores sobre o conceito e encaminhamentos da Modelagem Matemática, portanto é essencial esclarecer que o trabalho realizado está respaldado na concepção de Burak (1992, 2010a, 2010b) e Burak e Klüber (2008, 2010), pelos discernimentos evidenciados a seguir.

Burak e Klüber (2010) fazem questão de frisar que fundamentam essa metodologia de ensino no aporte teórico da Educação Matemática como área das Ciências Humanas e Sociais, como está explicitada na **Figura 1**. Burak (2010a) defende que a Modelagem Matemática, nessa perspectiva, pode promover um ensino transdisciplinar, porque, como visto anteriormente, considera fundamental o envolvimento de outras áreas do conhecimento e as relações sociais existentes. Como parte sempre de um tema, o aspecto transdisciplinar é corroborado também em Morin (2011, p. 33) que afirma: "existe inadequação cada vez mais ampla, profunda e grave entre de um lado os saberes desunidos, divididos fragmentados e, de outro, as realidades ou problemas cada vez mais multidisciplinares, transversais, multidimensionais, transnacionais, globais planetários". O ensino pensado desta forma vem ao encontro do que está disposto no artigo 13 da Carta da Transdisciplinaridade:

> A ética transdisciplinar recusa toda atitude que se negue ao diálogo e à discussão, seja qual for sua origem - de ordem ideológica, científica, religiosa, econômica, política ou filosófica. O saber compartilhado deveria conduzir a uma compreensão compartilhada, baseada no respeito absoluto das diferenças entre os seres, unidos pela vida comum sobre uma única e mesma Terra (FREITAS; MORIN; NICOLESCU, 1994 *apud* CETRANS, 1999, p. 170).

A Modelagem Matemática nesta perspectiva respeita a dinâmica da vida e não se prende ao currículo definido com rigor de cumprimento de prazo e de conteúdos pré-fixados. Está respaldada no entendimento de Santos (2006, p. 74) ao defender que um conhecimento disciplinar se torna disciplinado porque é limitado, uma vez que "[...]a excessiva parcelização e disciplinarização do saber científico faz do cientista um ignorante especializado e que isso acarreta efeitos negativos".

São as necessidades diárias, as demandas que o cotidiano estabelece no convívio social, promovendo ações e interações, que vão definir o que é de fato importante ser discutido, pesquisado, questionado, analisado, estudado, compreendido e resolvido. Nesse sentido, a Modelagem Matemática vem contribuir com a educação capaz de transformar a ignorância em sabedoria; a memorização em conhecimento elaborado por meio da pesquisa articulada com a interação entre os sujeitos envolvidos; o cidadão comum em cidadão crítico; o conformismo em luta; o problema em estratégia de solução, e é neste aporte teórico que Burak (1992; 2010a; 2010b) fundamenta sua concepção.

Então, Burak (1992) considera que o interesse do grupo e a obtenção de informações e dados no ambiente, onde se encontra o interesse do grupo constituem os dois princípios básicos de Modelagem Matemática. O autor define Modelagem Matemática como um "conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões" (p. 62).

Sendo assim, Burak e Klüber (2010) descrevem a Modelagem Matemática em cinco etapas: Escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento do(s) problema(s); resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento do(s) conteúdo(s) matemático no contexto do tema; análise crítica das soluções. Estas etapas foram discutidas no sétimo capítulo[2] do livro Educação Matemática: Reflexões e Ações. No entanto, a experiência vivida que será abordada a seguir, apresenta como cada etapa foi desenvolvida no trabalho realizado.

Passaremos a partir de agora, para a discussão da parte prática do trabalho realizado.

---

[2] BURAK, D., KLÜBER, T. E.. Modelagem matemática na educação básica numa perspectiva de educação matemática**.** In: BURAK, D. *et al.* (org.) **Educação Matemática: Reflexões e Ações.** Curitiba: CRV, 2010.

3 Experiência com a Modelagem Matemática

Escolha do tema

Os estudantes foram incentivados a participar de um trabalho diferente sobre um tema que tivessem interesse em aprofundar o conhecimento. Faríamos para isso, uma pesquisa sobre o assunto e discutiríamos a respeito, sendo assim, todos os estudantes foram instigados a pensar, preferencialmente, sobre um tema que tivesse relevância social.

Este incentivo tem a característica do novo paradigma curricular defendido por Pereira, em que, "[...] a educação, a escola, o currículo e sua matéria-prima, o conhecimento, estão recebendo novos olhares e vistos como mais abertos, sistêmicos e transformativos" (2002, p. 112).

Para Burak e Klüber (2008, p. 48) "[...] ao trabalhar um tema, procura-se conhecer as várias dimensões ou aspectos envolvidos que compõem essa realidade". A manifestação que mais chamou a atenção foi quanto à curiosidade dos estudantes sobre a relação que este trabalho poderia ter com a Matemática. Desta forma, foram orientados que não se preocupassem com isso na ocasião, visto que, no momento certo, discutiríamos a respeito.

Os temas sugeridos foram:

- atividades recreativas interessantes, além de futebol e vôlei, na hora do intervalo;
- qualidade do lanche servido na escola;
- atividades extracurriculares com aulas mais divertidas e descontraídas;
- instalação de armários nas dependências da escola para guardar os livros didáticos;
- peso[3] da mochila.

A intenção era trabalhar com um único tema, então as sugestões foram colocadas em votação e a mais votada foi o *Peso da mochila*. Como o desejo de todos não foi atendido e houve certo descontentamento por parte de alguns estudantes, discutimos sobre a importância de respeitar a vontade da maioria para fazer valer o princípio democrático. Esta etapa foi realizada de acordo com a orientação de Burak e Klüber (2010) que alertam para que o desejo do estudante seja respeitado e o professor assuma o papel de mediador.

[3] Ainda que não seja o termo tecnicamente correto, será usado neste trabalho, por se tratar de um termo mais usual, para indicar a massa de um corpo.

Pesquisa exploratória

Para organizar a busca de dados desta etapa, os estudantes foram orientados a pensar sobre algumas perguntas, cujas respostas esclareceriam suas dúvidas sobre o assunto. Assim, conduziríamos a pesquisa em busca apenas do que nos interessava e poderíamos filtrar a imensa quantidade de informações disponível na Internet e em outras fontes, que não tinham relevância no momento, com as seguintes perguntas:

Figura 2 – Perguntas organizadoras

7ºC Tema: peso da mochila

Quanto pesa sua mochila?

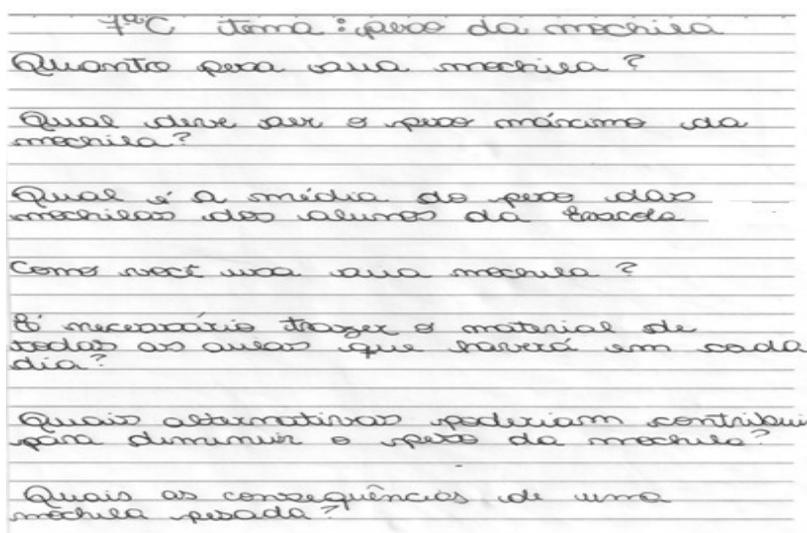
Qual deve ser o peso máximo da mochila?

Qual é a média do peso das mochilas dos alunos da escola

Como você usa sua mochila?

É necessário trazer o material de todas as aulas que haverá em cada dia?

Quais alternativas poderiam contribuir para diminuir o peso da mochila?

Quais as consequências de uma mochila pesada?

Fonte: Os estudantes.

Definidas as informações que deveríamos pesquisar, fomos até o laboratório de informática para buscar a maioria delas na Internet. Solicitamos que selecionassem o que era mais importante e elaborassem um texto com esses dados para enviar-nos via e-mail. Vinte e cinco dos trinta estudantes participaram da elaboração do texto.

Os dados mais importantes foram:

- a recomendação da Organização Mundial da Saúde é que a mochila tenha peso equivalente à no máximo 10% do peso dos estudantes;
- a recomendação de alguns especialistas é que esse peso corresponda à, no máximo, 7% do peso dos estudantes. Assim, um estudante de 30 kg, por exemplo, deveria ter uma mochila de 2,10 kg;

- o uso inadequado da mochila pode provocar problemas na coluna, na postura e dores no corpo;
- a forma mais adequada de carregar a mochila é nas costas, com alças bem ajustadas para que não fique abaixo da cintura, devendo ficar distribuídas nos dois ombros, de forma equilibrada;
- para diminuir o peso da mochila é importante que sejam consideradas as seguintes sugestões: o material deve ser organizado de acordo com as aulas do dia seguinte; o professor deve definir com antecedência o dia que será necessário o uso do livro e os interessados pela causa devem proporcionar discussão e análise sobre a possibilidade da construção de armários nas dependências da escola para guardar os livros.

Como esse trabalho foi proposto no fim do ano letivo e tínhamos pouco tempo para sua conclusão, optamos por pesquisar somente o peso da mochila dos estudantes da turma, já que precisaríamos de um prazo maior para envolver a escola inteira. Providenciamos uma balança doméstica, que não era de grande precisão, para fazer esta verificação. Como era necessário estabelecer uma relação entre o peso da mochila e o peso do estudante, houve certa resistência de alguns, que se negaram a participar desta etapa, pelo constrangimento de estarem acima do peso considerado, por alguns, como ideal. Sendo assim, a turma foi informada que somente a professora teria acesso a esses dados que não seriam divulgados, porque, no momento de organizá-los para realização dos cálculos, a turma não teria acesso à identificação do estudante, já que seria feita por meio de código. Ainda assim, esta justificativa não foi totalmente convincente, uma vez que não conseguimos a participação de todos, mas de 26 dos 30 estudantes envolvidos.

Quanto à pesquisa realizada, os dados obtidos foram organizados, de acordo com as informações do quadro seguinte.

Quadro 1- Peso do estudante e da mochila

Relação do peso do estudante com o peso da mochila – 7ª C													
Peso do estudante	50	39	58	39	40	42	56	45	45	49	46	43	50
Peso da mochila	4	1	6	5	4	3	5	2	5	5	3	4	4
Peso do estudante	58	65	55	45	45	49	51	76	69	57	43	40	61
Peso da mochila	6	6	5	3	6	4	3	5	5	4	4	2	5

Fonte: Os autores.

Conforme tinha sido combinado anteriormente foi tomado o cuidado de inserir no quadro, o peso do estudante e da sua mochila, de forma aleatória, para impossibilitar a identificação de cada um deles.

O trabalho nesta perspectiva implica em imprevistos, discussões, reorganizações, promovendo uma maior interação entre professor e estudantes, o que vem ao encontro da previsão de Pereira, ao afirmar que:

> [...] tudo que diz respeito à educação e à escola, como conteúdos, saberes, organização das disciplinas nos planos curriculares, os materiais didáticos, a relação professor-aluno, a distribuição dos tempos e espaços escolares, processos avaliativos, entre outros, vão passar por mudanças consideráveis, aliando ordem e desordem, equilíbrio e desequilíbrio, complexidade e simplicidade, construção e desconstrução, já que o novo modelo curricular traz as virtudes de um sistema aberto (2002, p. 112).

É importante ressaltar então as possibilidades que se vislumbram para ampliar o conhecimento, já que uma pesquisa gera discussões que requerem buscar outras informações, respeitando um processo dinâmico e contínuo.

Sendo assim, esta etapa foi concluída, de acordo com as orientações de Burak e Klüber (2010), em que os estudantes foram incitados a buscar nas fontes mais apropriadas, todas as informações necessárias que permitissem construir um conhecimento mais elaborado e completo sobre o tema pesquisado.

Com as informações obtidas, conseguimos responder praticamente todas as questões organizadoras da pesquisa. A questão que havia ficado pendente era sobre a média do peso das mochilas dos estudantes, que entendemos não ser importante, uma vez que era necessário trabalhar primeiramente com o percentual do peso de cada uma em relação ao peso do estudante e a média deste percentual. Essa necessidade juntamente com outras informações obtidas, direcionou o trabalho no sentido de levantar o problema da pesquisa discutido a seguir.

Levantamento do(s) problema(s)

Foi constatado na pesquisa exploratória que existem duas recomendações sobre o peso ideal da mochila, que representam um percentual de 7% ou 10% do peso do estudante. Desta forma, o problema levantado consistia em saber se o peso da mochila dos estudantes desta turma de 7ª série estava de acordo com o ideal. Para tanto era necessário realizar os cálculos a partir dos dados levantados, atribuindo à Matemática, o verdadeiro significado.

Isso nos remete ao entendimento de Santos (2006) quando afirma que o conhecimento deve ser capaz de nos unir ao invés de nos separar do que estudamos, de forma compreensiva e íntima.

Burak e Klüber (2010) defendem que nesta etapa é preciso relacionar os dados da pesquisa com os conteúdos matemáticos para que seja definido o problema, que deve ser resolvido com o auxílio da Matemática. Foi nesta perspectiva que o trabalho se desenvolveu.

Resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema

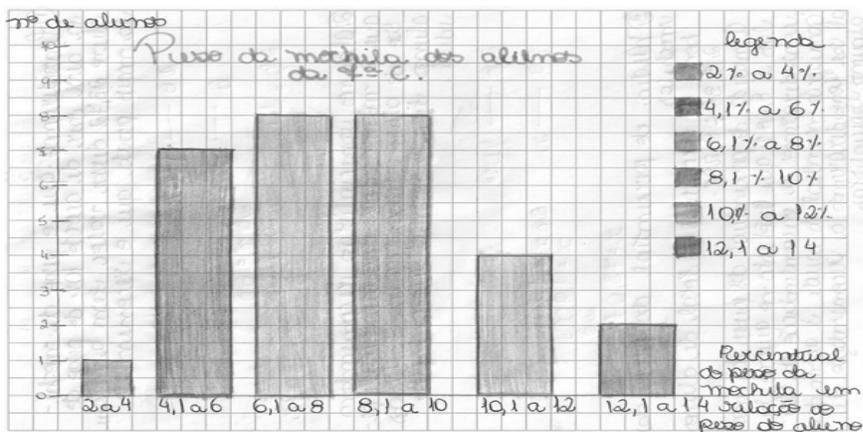
Para a solução do problema foi necessário o conhecimento de porcentagem, razão, proporção e regra de três. Praticamente 70% dos estudantes já tinham visto estes conceitos no ano anterior, mas foram retomados com a finalidade de calcular o percentual do peso da mochila de cada estudante em relação ao peso do próprio estudante, como pode ser observado no quadro a seguir.

Quadro 2 – Percentual do peso da mochila em relação ao peso do estudante
Fonte: Os autores.

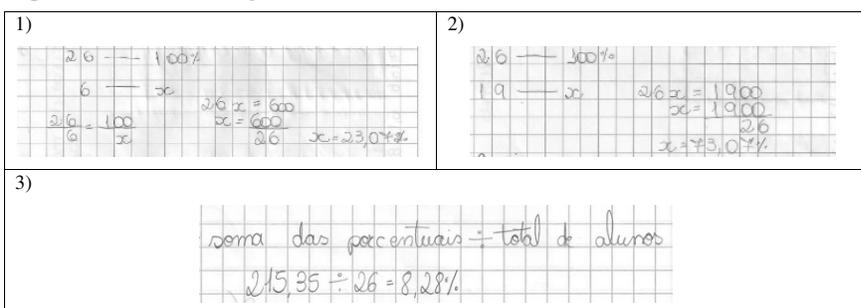
Estudante	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**
Percentual (%)	8	2,56	10,34	12,82	10	7,14	8,92	4,44	11,11	10,20	6,52	9,30	8
Estudante	**N**	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**W**	**X**	**Y**	**Z**
Percentual (%)	10,34	9,23	9,09	6,66	13,33	8,16	5,88	6,57	7,24	7,01	9,30	5	8,19

Os percentuais obtidos foram organizados em um gráfico de colunas, para facilitar a visualização. Sendo assim, foi enfatizada a importância desse recurso para leitura dos dados obtidos em qualquer tipo de pesquisa. Para tanto, houve a necessidade de trabalhar os conceitos de plano cartesiano, coordenadas e construção de gráfico, que os estudantes ainda não haviam estudado. A atividade seguinte é uma das realizadas por um desses estudantes.

Apesar de o gráfico apresentar algumas fragilidades quanto à padronização de espaçamento entre as colunas e largura dessas colunas foi aquele que estava mais legível e foi escolhido por este motivo.

Figura 3 – Gráfico do peso da mochila dos estudantes

Fonte: Os estudantes.

Como o gráfico permite visualizar que há estudantes com a mochila "pesando" mais do que o recomendado tanto pela Organização Mundial da Saúde, como por alguns especialistas, consideramos necessário trabalhar, ainda mais, com os conceitos matemáticos para elucidar estes índices, como pode ser observado nos cálculos seguintes:

Figura 4 – Percentual geral

Fonte: Os estudantes.

O número 1 refere-se ao percentual de estudantes que tinha a mochila pesando mais de 10% do seu peso, ou seja, em desacordo com a recomendação da Organização Mundial da Saúde. O número 2 refere-se ao percentual de estudantes que tinha a mochila pesando acima dos 7% do seu peso, ou seja, em desacordo com a recomendação de alguns especialistas. O número

3 refere-se à média do percentual do peso das mochilas em relação ao peso dos estudantes de todos os participantes do estudo.

Depois do estudo de todo conteúdo necessário para a resolução do problema da pesquisa, passamos para a próxima etapa da Modelagem Matemática.

Análise crítica das soluções

Os apontamentos seguintes foram embasados nos cálculos contidos na **Figura 4** e trazem o resultado da nossa pesquisa. Foram eles que motivaram nossa reflexão e a discussão em busca das propostas das mudanças necessárias.

Figura 5 – Resultados

① Considerando que o peso da mochila deve ser de até 10% do peso do aluno, 23.07 desses alunos tem a mochila mais pesada que o recomendado.

② Alguns especialistas recomendam que a mochila deve ter até 7% do peso do aluno. Desta forma 73,07% dos alunos tem a mochila acima do peso ideal.

③ A médio dos percentuais dos pesos das mochilas é 8,28% que estó adequado se considerarmos a recomendação da Organi-zação Mundial da Saúde e acima do ideal se considerarmos a recomendação de alguns especialistas.

Fonte: Os estudantes (Obs.: O número 23,07 do item 1 representa um percentual).

Constatado, por meio dos cálculos, que o peso das mochilas dos estudantes está, na maioria, de acordo com o ideal se comparado com uma recomendação e acima do ideal se comparado com outra, discutimos a coerência das soluções encontradas tanto do ponto de vista matemático, como do ponto de vista da situação estudada (BURAK; KLÜBER, 2010).

Do ponto de vista matemático, a solução indicou a condição ideal em um aspecto e longe do ideal em outro. Como medida de precaução, foi consenso compreender que a mochila deve ter o menor peso possível, logo até 7% do peso do estudante.

Do ponto de vista da situação estudada, conhecendo os problemas que o mau uso da mochila pode ocasionar à saúde, foi possível discutir sobre cada um deles para compará-los com os fatos eventuais ocorridos entre os

sujeitos da pesquisa, no sentido de já terem sofrido alguma consequência pelo uso inadequado.

Diante das recomendações apontadas na pesquisa exploratória, para evitar os possíveis problemas de coluna, de postura e de dores no corpo, provocados pelo uso inadequado da mochila, discutimos sobre a viabilidade de cada uma delas e a necessidade de conscientização em adotar as recomendações que se mostraram viáveis. As sugestões mais apropriadas são apontadas a seguir:

- organizar o material de acordo com as aulas do dia seguinte;
- combinar com o professor de comunicar a turma, com antecedência, sobre a necessidade de utilização do livro na aula seguinte;
- distribuir as alças da mochila nos dois ombros, de forma que estejam bem ajustadas para que a mochila fique posicionada nas costas, acima do quadril.

A construção do armário nas dependências da escola, para guardar os livros, mostrou-se inviável pelo custo alto; dificuldade de organização da entrada e saída dos estudantes para que possam pegar e guardar o material; assim como pela necessidade de consultar o material em casa para realização das tarefas e trabalhos.

Para buscarmos mais subsídios que pudessem confirmar nosso entendimento sobre as vantagens do trabalho desenvolvido nesta perspectiva, precisávamos conhecer as impressões dos alunos sobre a experiência vivida. Sendo assim, realizamos uma pesquisa por meio de questionário contendo as seguintes perguntas:

1) Qual a sua opinião sobre o trabalho realizado?
2) Comente as etapas desenvolvidas.
3) Qual destas etapas te interessou mais? Por quê?
4) Você lembra quais foram os conteúdos matemáticos trabalhados? Cite-os.
5) Você prefere estudar matemática desta forma ou nas aulas tradicionais? Por quê?
6) Qual informação sobre a pesquisa te chamou mais atenção?
7) Tem outro tema que teria interesse em pesquisar? Qual?

Considerando que o trabalho foi desenvolvido ao final do ano letivo de 2013, não foi possível coletar os dados relativos à manifestação dos estudantes em relação a alguns aspectos que a pesquisadora considera importantes para explicitar aquilo que se evidencia na realização de uma atividade de

Modelagem Matemática. Para obter essas informações elaboramos um instrumento que foi aplicado a 18 estudantes que participaram da experiência.

Os dados coletados revelaram que 16 estudantes aprovaram a metodologia e 15 afirmaram preferir estudar Matemática desta forma ao invés de terem aulas tradicionais.

Quanto ao comentário das etapas desenvolvidas, a maioria dos estudantes mencionou mais de uma, que foram organizadas em categorias e as três etapas mais comentadas foram: pesquisa exploratória (94%); resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema (38,89%) e escolha do tema (27%). A pesquisa exploratória foi a etapa campeã na preferência dos estudantes com índice de 83% de aprovação.

Ainda sobre o questionamento da etapa preferida, alguns comentários dos estudantes merecem ser mencionados. O estudante 4 afirmou: *De escolher o tema, porque todos deram sua opinião*. O comentário do estudante 2 foi: *Quando pesamos a mochila, para eu ter uma ideia de quanto carregava.* Já o estudante 15 informou que: *A pesquisa, pois uma mochila muito pesada pode trazer problemas na coluna.*

Os dados até aqui apresentados desvelam que os dois princípios básicos da Modelagem Matemática defendidos por Burak (1992) foram contemplados, uma vez que foi considerado o interesse do grupo e os dados foram colhidos no ambiente onde se encontra o interesse do grupo. Os dados indicam também que o trabalho conseguiu "[...] desenvolver de forma natural e indissociável o ensino da pesquisa [...]" (BURAK, 2010b, P. 36). Neste sentido, consideramos importante o acesso a informações relativas ao uso da mochila, quanto ao peso e a forma correta de ser utilizada, que foram obtidas por meio do recurso da tecnologia, na etapa que Burak (2010) denomina pesquisa exploratória.

Em relação aos conteúdos matemáticos trabalhados, 50% dos estudantes afirmaram que se lembravam dos que foram estudados e mencionaram os seguintes: porcentagem, gráficos, divisão, frações, potências, raízes e expressões algébricas. Destes, potências, raízes e expressões algébricas não foram abordados, mas pode ter havido uma confusão entre expressões algébricas e equações, já que o último foi estudado.

As informações sobre a pesquisa que mais chamaram a atenção dos estudantes foram organizadas em categorias e podem ser observadas no quadro seguinte:

Quadro 3 – Informações relevantes para os estudantes

Informações mais interessantes da pesquisa	**Percentual**
Prejuízo à saúde	28%
Peso ideal	33%
Peso da mochila	11%
Formas de uso	11%
Sugestões para evitar problemas	11%
Sem resposta.	6%

Fonte: Os autores.

Esses dados demonstram que mesmo depois de ter passado bastante tempo após a realização do trabalho, os estudantes conseguiram responder a grande maioria das questões com muita coerência, o que nos faz entender que foi um trabalho significativo "[...] pela visão ampla que proporciona em relação a um assunto, pela visão de totalidade, [...]" (BURAK, 2010b, p. 36).

4 Discussões e considerações

É preciso considerar, antes de tudo, o que motivou a realização deste trabalho. Devemos retomar que a iniciativa se deu pela necessidade de desenvolver uma metodologia de ensino que atendesse os interesses dos estudantes, para que fosse possível alcançar um maior envolvimento e melhor rendimento na disciplina de Matemática.

Sendo assim, o objetivo era conhecer as implicações da Modelagem na Educação Matemática para o ensino e buscar responder a seguinte questão: O que se evidencia em um trabalho na perspectiva da Modelagem Matemática na Educação Básica?

O trabalho com a Modelagem Matemática mostrou que, partir do interesse dos estudantes, institui um clima de expectativa e motivação, ainda que o tema de preferência de alguns não tenha sido eleito. Isto provocou uma situação oportuna para a formação integral, tendo em vista que em uma comunidade, a decisão da maioria deve ser acatada, para que se efetive um comportamento democrático. A socialização e o respeito às regras são valores importantes que devem ser trabalhados nessa fase de desenvolvimento.

A pesquisa sobre o tema provocou a participação da maioria e as discussões se fizeram presentes, ensejando questões mais amplas que em uma aula mais usual dificilmente viria à tona entre eles, como a saúde e a importância de uma boa alimentação, além do uso correto e adequado da

mochila. Alguns estudantes mostraram certo desconforto em relação ao seu peso, o que provocou uma situação apropriada a discussões importantes para a formação dos nossos adolescentes. O percentual de aceitação em relação a essa etapa mostra que a grande maioria dos estudantes aprovou essa forma de trabalho, por se sentirem agentes da ação de perguntar, pesquisar, participar no grupo e sugerir, o que constitui aspectos fundamentais para desenvolver a autonomia dos estudantes

Os conteúdos relacionados ao problema levantado envolvem campos distintos da Matemática, mas foram trabalhados de forma integrada. Assim, o estudo de razão, proporção, porcentagem, equações simples, além do campo de tratamento de informação passaram a ser importantes para a busca de respostas dos estudantes. De acordo com Burak (2010), os conteúdos matemáticos ganham sentido e significado quando os estudantes participam ativamente da elaboração dos problemas. Um aspecto evidenciado nos registros dos estudantes é que os conteúdos em uma atividade de Modelagem, não estão compartimentados, mas aparecem de forma espontânea na resolução de um problema.

As discussões observadas no momento da análise crítica das soluções, revelam que os estudantes entenderam a importância de apreciarem as soluções encontradas tanto do ponto de vista matemático como do ponto de vista da situação estudada. Fizeram os apontamentos desta análise e concluíram com as sugestões viáveis para minimizar o risco que o mau uso da mochila pode causar.

Em todas as etapas houve um grande envolvimento na realização das atividades propostas, manifestado pela participação da grande maioria dos estudantes. O entusiasmo verificado nesta participação demonstrou a satisfação dos estudantes pela oportunidade de trabalhar com uma proposta mais dinâmica, que permitiu exercitarem o papel de sujeitos ativos no processo de aprendizagem, diferente do que normalmente acontece na sala de aula, quando o conteúdo é estudado com a preocupação excessiva de cumprimento do programa.

Desta forma, pelo evidenciado na atividade, podemos concluir que a Modelagem Matemática pode contribuir para o ensino da Matemática na Educação Básica na medida em que: o interesse dos estudantes seja o ponto de partida e seja respeitada a decisão da maioria; a pesquisa seja estimulada e mediada; o diálogo e discussão sejam permitidos e incentivados; haja envolvimento significativo dos estudantes em todas as etapas; o conhecimento matemático seja valorizado; a autonomia e a capacidade crítica dos estudantes sejam desenvolvidas.

É neste sentido que entendemos ser possível promover a transformação por meio da educação, demonstrada pela possibilidade que essa metodologia oferece para a evolução da aprendizagem matemática escolar, uma vez que pode contribuir para a formação de um cidadão capaz de analisar criticamente e desenvolver as mudanças necessárias.

Tornamo-nos adeptos desta metodologia pelas vantagens explicitadas em cada etapa desenvolvida e por avaliarmos que a Modelagem Matemática, na perspectiva assumida, tem condições de promover as transformações tão almejadas pela educação.

Referências

BURAK, D. Modelagem matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática.** v. 1, n. 1, p. 10-27. Blumenau, 2010a.

_____. Uma perspectiva de modelagem matemática para o ensino e a aprendizagem da matemática. In: BRANDT, C. F. *et al* (Org.). **Modelagem Matemática:** uma perspectiva para a educação básica. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2010b.

_____. **Modelagem matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

_____; KLÜBER, T. E. Modelagem matemática na educação básica numa perspectiva de educação matemática**.** In: BURAK, D. *et al* (Org.). **Educação Matemática:** Reflexões e Ações. Curitiba: CRV, 2010.

_____. Modelagem matemática na educação básica: contribuições a partir de uma visão de Educação Matemática. **Revista Matemática & Ciência**, ano 1, n. 2, p. 37-52, jul. 2008. Disponível em: http://www.matematicaeciencia.org/revista/edicaoAtual/artigos/artigo_03_atual.pdf. Acesso em: 21/06/2014.

FLEMMING, D. M.; LUZ, E. F.; MELLO, A. C. C. **Tendências em Educação Matemática:** Disciplina na Modalidade à Distância – Livro Didático. Palhoça: Unisul Virtual, 2005. Disponível em: <http://busca.unisul.br/pdf/89279_Diva.pdf>. Acesso em: 24/09/2013.

FREITAS, L.; MORIN, E.; NICOLESCU, B. Carta da Transdisciplinaridade, 1994. In: 1º ENCONTRO CATALISADOR DO CETRANS**.** Escola do

Futuro da USP, 1999, Itatiba, São Paulo. **Educação e Transdisciplinaridade**. Disponível em: <http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001275/127511por.pdf>. Acesso em: 22/09/2012.

FRANCO, M. A. S. Em Foco: Pesquisa-ação e prática docente. **Educação e Pesquisa**, v. 31, n. 3, p. 439-441, São Paulo, set./dez. 2005. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a08v31n3.pdf>. Acesso em: 23/01/2012.

MIRANDA, M. G.; RESENDE, A. C. A. Sobre a pesquisa-ação na educação e as armadilhas do praticismo. **Revista Brasileira de Educação** v. 11 n. 33. Rio de Janeiro, set./dez. 2006. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v11n33/a11v1133.pdf>. Acesso em: 23/01/2012.

MORIN, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. São Paulo: Cortez; Brasília, DF: UNESCO, 2011.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da educação básica: Matemática.** Secretaria do Estado da Educação do Paraná. Departamento da educação básica. Paraná, 2008. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce_mat.pdf>. Acesso em: 24/09/2013.

PEREIRA, R. A. **A ciência moderna, a crise dos paradigmas e sua relação com a escola e com o currículo.** Dissertação de mestrado em Educação – PUC Minas, Belo Horizonte, 2002.

SANTOS, B. S. **Um discurso sobre as Ciências.** São Paulo: Cortez Editora, 2006.

11

A Modelagem Matemática e o papel do professor de Matemática para o desenvolvimento da Criatividade

Emanueli Pereira

1 Introdução

Este capítulo traz algumas considerações sobre os conhecimentos necessários ao professor de Matemática para que se tenha uma postura em sala de aula que possibilite aos educandos o desenvolvimento da criatividade através da Modelagem Matemática.

Primeiramente, é feita uma abordagem teórica da criatividade e são apresentados elementos que caracterizam um pensamento criativo. Tal abordagem se justifica por considerarmos de fundamental importância que o educador conheça o assunto para que oportunize, em sala de aula, o desenvolvimento da criatividade dos educandos.

Em seguida é destacada uma alternativa para o ensino da Matemática, a Modelagem Matemática. Esse método de ensino vai ao encontro de vários pressupostos estudados sobre a criatividade, pois, como se perceberá ao longo do capítulo, a criatividade e a modelagem possuem vários pontos em comum (PEREIRA, 2008).

Ao final são elaboradas as discussões que buscam atender ao objetivo principal, que é explicitar como o educador pode propiciar o desenvolvimento da criatividade por meio da Modelagem Matemática.

2 Considerações sobre a criatividade

Para que o professor seja um facilitador do desenvolvimento da criatividade dos estudantes, entendemos que é importante conhecer as características do pensamento criativo, saber como se pode criar oportunidades para que os estudantes desenvolvam atitudes criativas, ter conhecimento do que pode inibi-las e de que forma elas podem ser estimuladas. Nessa perspectiva, será feita uma breve abordagem teórica sobre a criatividade, com base, principalmente, nos seguintes autores: Alencar (2002), Gontijo (2007), Torrance (1976), Torre (2005) e Virgolim (2007).

Os autores acima citados têm suas obras voltadas para o estudo da criatividade no âmbito da psicologia e da educação. Gontijo realiza pesquisas especificamente sobre criatividade na Educação Matemática.

Virgolim (2007), fundamentada em estudos de pesquisadores (Feldman, Csikszentmihalyi e Gardner), salienta que a criatividade pode ser entendida sob a perspectiva da **pessoa** que realiza o trabalho criativo; sob a perspectiva do **produto** que surge dos esforços da pessoa; sob a perspectiva do **processo** que provoca a ideia nova ou o produto; ou pelas **respostas** de outros sobre a existência de um novo produto, que se refere também aos **fatores ambientais**.

Essas categorias com as quais a criatividade pode ser abordada: pessoa, produto, processo e ambiente; apresentam ligação estreita entre si, isso é, uma influencia a outra. Pesquisadores, tais como Alencar (2002), Gontijo (2007), Torrance (1976), Torre (2005), entre outros, salientam que a criatividade pode ser estimulada em diferentes situações. Portanto, pode-se afirmar que o ambiente, ou seja, o clima em sala de aula e a postura do professor têm papel importante no desenvolvimento da criatividade dos estudantes, como também no processo criativo para se chegar a um produto.

Segundo os estudos realizados por Alencar (2002), pode-se observar um consenso de que é preciso criar condições favoráveis ao desenvolvimento da criatividade dos indivíduos. Nesse sentido, chama a atenção para a urgência de os educadores estarem atentos a cada educando, de favorecer o desenvolvimento de sua personalidade, de seu potencial, de seus talentos e de cultivar a imaginação e a atividade criativa na escola.

Ao tratar da produção criadora, Alencar (2002) enumera três aspectos fundamentais para o seu desenvolvimento: o primeiro refere-se às características próprias do indivíduo; o segundo, às características do ambiente social; e o terceiro diz respeito ao uso de técnicas para estimular a criatividade.

características do indivíduo: nesse aspecto é considerada a bagagem de conhecimento que o indivíduo possui, sua dedicação, esforço e envolvimento com o trabalho e, ainda, a persistência nas ações que deseja desenvolver;

características do ambiente social: um ambiente que favorece o indivíduo no uso de sua criatividade oferece condições de apoio ou, ao menos, de respeito para com suas ideias, não lhe expondo a críticas destrutivas que possam bloquear a criatividade;

técnicas adequadas: o uso de técnicas adequadas pode contribuir para o desenvolvimento da criatividade, um exemplo disso é a *Brainstorm* (tempestade de ideias).

Destaca-se, ainda, o que Torrance (1976) chama de capacidades envolvidas no pensamento criativo. Tais capacidades podem ser resumidas, basicamente, em: tomar consciência de problemas; pensar em possíveis

soluções; e submetê-las à prova. Se essas capacidades permanecem não desenvolvidas ou paralisadas, certamente haverá dificuldades para enfrentar problemas da vida. Assim, segundo o mesmo autor, é possível afirmar que a criatividade de uma pessoa é o mais valioso recurso para enfrentar as tensões cotidianas, como, por exemplo, a resolução de um problema de Matemática em sala de aula, uma entrevista de emprego e, até mesmo, o preparo de uma receita diferenciada. Em vista disso, verifica-se a importância da criatividade para a vida de qualquer pessoa.

Alencar (2002), valendo-se dos estudos de Guilford (1967 e 1979), destaca algumas habilidades do pensamento criativo: 1) fluência, a abundância ou quantidade de ideias diferentes sobre o mesmo assunto; 2) flexibilidade, a capacidade de alterar o pensamento ou conceber diferentes tipos de respostas; 3) originalidade, a capacidade de gerar respostas que não são frequentes ou que são incomuns; 4) elaboração, a quantidade de detalhes presentes em uma ideia; e 5) avaliação, o processo de decisão, julgamento e seleção de uma ou mais ideias dentre um grupo maior de ideias.

Além disso, salienta-se a importância do autoconceito, que, segundo Alencar (2002), é um aspecto relevante para o desenvolvimento e aproveitamento do potencial criador. A maneira como cada indivíduo se percebe, as suas crenças e sentimentos a respeito de si mesmo e de suas capacidades, são formadas durante os primeiros anos de vida. O indivíduo sofre grande influência de seus primeiros agentes socializadores (pais e professores). O autoconceito afeta sua personalidade e pode tanto restringir como favorecer o desenvolvimento de seu potencial. A afirmação de Alencar, a respeito dos professores serem agentes socializadores e exercerem influência sobre os estudantes, conduz-nos a enfatizar, em concordância com Nicola (1999, p.79), que os professores têm um forte papel "[...] com vistas ao desenvolvimento, à transformação e à criatividade." Quando não sabem lidar com esses fatores, pelos quais também são responsáveis, podem oferecer barreiras do ponto de vista psicológico. Essas barreiras podem ser minimizadas quando o professor possui um conhecimento mais aprofundado sobre Psicologia, a partir da qual o educador poderá conduzir as suas aulas de maneira diferenciada.

Sobre ensino criativo, Torre (2005, p. 160) afirma que:

> [...] é de *natureza flexível* e *adaptativa*, isto é, leva em consideração as condições do contexto e organiza a ação atendendo às limitações e às capacidades dos indivíduos. Um ensino criativo não está no desenvolvimento linear do que foi planejado, mas sim na utilização do plano como ponto de referência e guia. A flexibilidade é uma característica fundamental da criatividade atribuído

> tanto à pessoa (pessoa flexível) como ao produto (variações ou diversidades de categorias). O método flexível é aquele que se adapta às pessoas e ao contexto (grifo do autor).

Na metodologia criativa predominam os procedimentos indiretos, a heurística,[1] as estratégias de simulação, e a aprendizagem autônoma e por descobertas. O autor infere que "[...] um método criativo funcionará como alavanca, a qual permite remover com maior facilidade a rotina, dando passagem à implicação nas tarefas escolares" (TORRE, 2005, p.148).

Assim, enumeramos algumas das características de um clima que propicie o desenvolvimento da criatividade dos alunos em sala de aula, sugeridas por Alencar (2002): 1) dar chance de levantar questões, elaborar e testar hipóteses, discordar, propor interpretações alternativas, avaliar criticamente fatos, conceitos, princípios e ideias e respeitar as questões levantadas independentemente de como forem; 2) dar tempo para pensar e desenvolver suas ideias; 3) criar um ambiente de respeito e aceitação, no qual possam compartilhar, desenvolver e aprender uns com os outros e com o professor; 4) estimular a habilidade de explorar consequências para acontecimentos imaginários; 5) encorajar a refletir sobre o que eles gostariam de conhecer melhor; 6) desenvolver a habilidade de pensar em possibilidades, fazer julgamentos, sugerir modificações e aperfeiçoar suas ideias; 7) incentivar um desejo de arriscar, experimentar e manipular; 8) valorizar o trabalho, suas contribuições e suas ideias; 9) permitir que sigam as diversas etapas do processo criativo diante de um problema; 10) proteger o trabalho do aluno da crítica destrutiva e das gozações dos colegas. Essas características propostas por Alencar podem servir de apoio aos professores que desejam propiciar o desenvolvimento da criatividade em sala de aula.

Após essas considerações sobre a criatividade e a sua relação com a formação de professores, passaremos a discorrer sobre a Modelagem Matemática, conforme a perspectiva de Burak (1992, 1998, 2004).

3 Considerações sobre a Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática é uma metodologia diferenciada para o ensino da Matemática, uma vez que não se configura como uma metodologia tradicional, isto é, não enfatiza a memorização e procedimentos mecânicos.

Neste artigo, referimo-nos à Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática, a qual está inserida no âmbito das Ciências Humanas

[1] Uma tarefa é dita heurística quando não se tem um caminho de solução claro e prontamente identificável, os algoritmos devem ser desenvolvidos (VIRGOLIM, 2007).

e Sociais. Assim, destaca-se a concepção de Burak (1992, 1998, 2004, 2006) a respeito dessa metodologia de ensino.

Burak (1992, p. 62) define a Modelagem Matemática como sendo "[...] um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões".

Para Burak (1992), dois princípios diferenciam a Modelagem Matemática de outras formas de ensino da Matemática: 1) o tema trabalhado parte do interesse dos estudantes; e 2) os dados coletados são provenientes do ambiente em que se localiza o interesse do grupo ou dos grupos.

O autor sugere etapas que podem constituir o processo: 1) escolha do tema (interesse, curiosidade, situação-problema); 2) pesquisa exploratória (pesquisa de campo, aprofundamento sobre o tema); 3) levantamento dos problemas; 4) resolução do problema e desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; 5) análise crítica das soluções.

Pode-se afirmar que o professor que fizer a opção por desenvolver um trabalho dessa natureza terá que se expor às novas experiências, principalmente porque ao iniciar o trabalho não é possível saber, de antemão, o que será necessário estudar, pesquisar e nem a que resultados chegará. Os problemas são elaborados no decorrer do processo e são oriundos das situações e temas escolhidos pelos educandos e educador.

Essa afirmação esclarece que na modelagem não é seguida a linearidade apresentada em livros didáticos, os quais, em muitos casos, não são adotados pelos professores apenas como mais um referencial, mas como único recurso, seguido do início ao fim. Portanto, quando se utiliza a modelagem, são os problemas que determinam os conteúdos e o trabalho do professor fica reconfigurado, ou seja, de meramente transmissor passa a mediador, orientador e problematizador.

Outro fator importante a ser explicitado, é que a aplicação da Modelagem Matemática, requer uma postura do professor de forma a proporcionar liberdade aos estudantes. Tendo em vista que a atividade deve ser heurística e que o grupo deve investigar situações do dia-a-dia, os estudantes precisam de liberdade para propor ideias, resolver problemas, e desenvolver outras atividades.

4 Modelagem Matemática e criatividade: contribuições à formação de professores

Conforme proposto no início deste artigo, buscaremos evidenciar como o professor pode possibilitar o desenvolvimento da criatividade, em sala de aula, por meio da Modelagem Matemática.

Para o professor ter conhecimento de como se dá o processo criativo durante o desenvolvimento do trabalho com a Modelagem Matemática é importante que ele preste atenção nas atitudes dos educandos diante de situações, observe se elas se caracterizam como criativas, considerando os fatores que levaram os estudantes a terem tais atitudes. Mais do que isso, o educador deve saber que a Modelagem em si mesma não é capaz de propiciar a criatividade. É fundamental uma postura dialógica e o reconhecimento das limitações contextuais da sala de aula, também é necessário que o educador se disponha para esse trabalho mais abertamente.

É necessário que o professor tenha domínio do conteúdo específico, nesse caso a matemática, sendo compreensível, porém, que possua limitações. O professor não está livre de questionamentos por parte dos educandos e, talvez, não saiba responder naquele momento. Entretanto, muitos preferem não correr esse tipo de risco e, com isso, não dão abertura aos estudantes para questionarem, levantarem hipóteses, analisarem, entre outras atitudes. Em consequência dessa postura, o professor pode tolher a possibilidade de os alunos desenvolverem as capacidades relacionadas à criatividade.

Nesse sentido, Freire (2004) afirma que o educador precisa sair da posição de quem apenas ensina e se colocar na condição de quem aprende, ressaltando que não existe um educador que educa e um educando que apenas aprende, mas existe um educador-educando e um educando-educador, colocados em igualdade, mas salvaguardando as suas diferenças.

Ao adotar a postura dialógica e se dispor a realizar uma atividade de Modelagem Matemática, o educador estará se expondo ao tipo de risco citado anteriormente, pois, na maioria das vezes, não é possível ter pré-determinados muitos dos conhecimentos, matemáticos ou não, que serão necessários ao andamento do trabalho.

Caso os estudantes escolham um tema desconhecido pelo professor, há grande possibilidade de ocorrer insegurança no desenvolvimento das atividades. Nesse sentido, concordamos que "[...] o desenvolvimento de atividades de modelagem nas aulas de matemática pressupõe que os professores estejam preparados para desempenhar um papel ativo na organização, implementação e avaliação dessas atividades" (ALMEIDA; DIAS, 2007,

p. 254). Uma vez que tais atividades diferem substancialmente daquelas desenvolvidas no ensino mais usual, ao se deparar com essas situações, pode ser necessário recorrer ao auxílio de outros profissionais que possam contribuir para a compreensão de diferentes aspectos relacionados ao tema.

O trabalho de Camilo (2002) apresenta uma situação em que foi necessário o auxílio de um profissional. Nessa atividade de Modelagem os estudantes decidiram construir uma maquete da quadra de esportes do colégio. Com isso, surgiu a ideia de visitar um local onde houvesse uma maquete e, também, de conhecer e conversar com quem constrói maquetes. Decidiram visitar a Universidade, onde tem uma maquete e, conversaram com a pessoa responsável, que:

> [...] fez várias sugestões aos alunos, a respeito dos materiais que poderiam utilizar. Demonstrou como usar escalas, explicando a utilização do escalímetro. Salientou aos alunos que a construção de maquetes é um trabalho interessante e gratificante, mas que requer dedicação e muita paciência, pois muitos problemas surgem e precisam ser resolvidos (CAMILO, 2002, p. 70-71).

Dessa forma, uma atividade de modelagem exigirá do professor a disponibilidade para pesquisar, desmitificando o papel centralizador, no qual o docente detém quase que a totalidade do processo de ensino e aprendizagem. Além disso, possibilitará que os alunos contribuam com a aula, fazendo pesquisas e dando sugestões, tornando-se corresponsáveis pela aprendizagem.

Ghedin (2004, p.61) afirma que "[...] o professor é competente à medida que pesquisa. Ele alia a docência à pesquisa como forma de articular a teoria-prática [...]". Ainda, em concordância com o mesmo autor, afirmamos que para a produção do conhecimento é necessária, ao professor, uma postura investigativa, de maneira que o conhecimento seja produzido competente, crítica e criativamente. Por esse motivo, nota-se a importância da pesquisa e da investigação no trabalho docente, que são proporcionadas pela Modelagem Matemática.

Essas características de um trabalho de modelagem se pautam na liberdade de ação tanto do educador quanto dos educandos, as quais consideramos facilitadoras do desenvolvimento da criatividade.

No exemplo de modelagem a seguir, percebe-se a liberdade do grupo:

> Conforme as medidas eram levantadas, abordava-se como se media e de que forma era realizada tal medida e muitos alunos

> admiravam-se ao descobrir tais formas. Então se chegou a conclusão que medir é comparar grandezas entre si e assim foi proposto medir a carteira utilizando-se das seguintes unidades: lápis, palmos, polegadas. As respostas foram confrontadas e as diferenças discutidas mostrando que por causa dessas diferenças houve a necessidade de oficialização de uma medida padrão (SOISTAK, 2006, p. 74).

Tal passagem permite abordar a questão da construção do conhecimento, que para Ghedin (2004, p. 60) é "[...] um processo de significação e de sentido que vamos construindo coletivamente" e não apenas um "conjunto de informações que vamos acumulando."

A partir de uma situação-problema, o grupo (educador e educandos) chegou à conclusão, de forma construtiva, do significado de medir. Pode-se afirmar que aconteceu a construção do conhecimento, coletivamente. O processo ensino-aprendizagem foi desenvolvido de forma criativa por parte do professor e dos estudantes, os quais puderam tirar conclusões por si, sem mera repetição. Mesmo não sendo o foco principal desse trabalho, cabe ressaltar o fato de os alunos admirarem-se ao descobrir sobre as unidades de medida, pois mesmo estando no Ensino Médio, até aquele momento, esse conteúdo ainda não tinha significado algum para eles.

Há a necessidade de os educadores saberem como se constrói o conhecimento dos educandos. Conforme Laranjeira (2000, p. 29), "Desenvolver, através do ensino, as capacidades cognoscitivas dos alunos, é tarefa que o professor só desempenhará com sucesso se dominar o conhecimento sobre o processo de desenvolvimento do pensamento, ou seja, os métodos da cognição". A autora enfatiza esse conceito, inferindo que "[...] para se ensinar bem é preciso saber bem como se aprende" (Ibidem, p. 30).

Assim, é importante aos professores de Matemática saber como se constrói o conhecimento matemático e também ter clareza dos objetivos do ensino de Matemática na escola. Sendo assim, salienta-se o que Moreira e David (2005) consideram como fundamental para a Matemática no contexto escolar: o "[...] desenvolvimento de uma prática pedagógica visando à compreensão do fato, à construção de justificativas que permitam ao aluno utilizá-lo de maneira coerente e conveniente na sua vida escolar e extraescolar" (DAVID, 2005, p. 23).

Essa situação, que relaciona a construção do conhecimento para além dos próprios conteúdos, pode ser visualizada em atividades de Modelagem porque, de acordo com a própria definição dada por Burak (1992), nela

tenta-se explicar matematicamente fenômenos do cotidiano, ajudando as pessoas a tomar decisões e a fazer predições. Isso significa que há a possibilidade de aplicação e significação dos conteúdos na vida extraescolar, inclusive por meio de situações criativas como a construção de uma maquete, de brincadeiras, de uma cesta básica e outras situações (BURAK, 1992; 1998; 2004; 2006). Portanto, enfatizamos a importância do educando saber utilizar adequadamente os conhecimentos adquiridos na escola, tanto dentro dela quanto fora.

O uso adequado desses conhecimentos nas situações que se desenvolvem no âmbito da sala de aula, por meio de situações-problema, constitui-se num dos objetivos do ensino de Matemática com a Modelagem. As discussões e manifestações espontâneas, bem como as situações do dia-a-dia dos educandos, entre elas: comprar, medir, estimar, comparar; têm o intuito de buscar atender esse objetivo.

Observa-se a heteronomia ou autonomia na postura dos educandos diante das tarefas de aquisição e de possibilidades de aplicação dos conhecimentos veiculados pela escola. Lembrando que a escola deve assumir um papel de formar um sujeito capaz de exercer plenamente a sua cidadania (LARANJEIRA, 2000). Para que o estudante exerça sua cidadania de forma plena ele precisa tornar-se uma pessoa autônoma, que seja capaz de analisar diversas situações e fazer escolhas a partir dessas análises. Isso pode ser considerado mais um objetivo a ser perseguido no ensino da Matemática, já que a escola e o educador podem contribuir para a formação de sujeitos autônomos. A seguinte passagem de uma atividade de Modelagem elucida o que defendemos: “[...] os próprios alunos levantaram o problema de saber analisar a variação de preços e das quantidades produzidas” (SOISTAK, 2006, p. 68).

O desenvolvimento da criatividade está estritamente ligado ao desenvolvimento da autonomia. As atividades de modelagem, em consonância com a concepção aqui adotada, ocorrem pela adoção da autonomia e da liberdade como fatores primordiais para o desenvolvimento da criatividade. É claro que essa relação não pode ser considerada de maneira linear e nem como no binômio causa-efeito. Entretanto, os pressupostos de desenvolvimento das atividades de modelagem potencializam a criação e a construção do conhecimento.

Portanto, se os estudantes, com a ajuda do educador, desenvolvem sua criatividade, consequentemente desenvolverão sua autonomia para a aprendizagem e vice-versa.

5 Considerações sobre a criatividade, a Modelagem Matemática e o papel do professor de Matemática

A Modelagem Matemática e a criatividade podem ter vários pontos em comum como, por exemplo, as capacidades do pensamento criativo (tomar consciência de problemas, pensar em possíveis soluções e submetê-las à prova), descritas por Torrance (1976), que podem ser aproximadas, satisfatoriamente, das etapas de trabalho de Modelagem, propostas por Burak (1992). Desde a escolha do tema à análise crítica das soluções, o problema ou os problemas permeiam o processo e as capacidades do pensamento criativo acabam por se fazerem presentes.

Nesse sentido, consideramos que o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem tende a contribuir para que os estudantes aumentem sua capacidade criativa. Porém, é necessário que o professor observe alguns aspectos de sua prática, visando a construção do conhecimento por parte dos educandos, valendo-se dessa capacidade. Esses aspectos compreendem atitudes que o professor precisa desenvolver e conhecimentos que precisa buscar e se apropriar.

Saber as etapas do processo criativo, o que caracteriza atitudes criativas, o que contribui e o que inibe a criatividade dos alunos é fundamental ao professor. É importante também ter clareza sobre o processo de construção do conhecimento, não permanecer apenas em âmbito teórico, mas avançar na compreensão de como essa construção ocorre na prática, como em alguns dos exemplos elencados acima.

Ter domínio do conteúdo é muito importante, mas, acima de tudo, o professor deve estar aberto aos questionamentos e às sugestões dos estudantes. Isso, como foi explicitado, pode suscitar instabilidades pelo fato de o docente não ter respostas prontas frente aos questionamentos. Todavia, essas instabilidades geram necessidade de pesquisar, ação fundamental tanto para o educador quanto para os educandos, tornando-os co-responsável pelo ensino e pela aprendizagem.

Por fim, cabe destacar a necessidade de os estudantes saberem utilizar adequadamente os conhecimentos adquiridos em sala de aula, a fim de que o conhecimento não sirva apenas para resolver uma prova e sim para ser utilizado na vida escolar e extraescolar. Essas afirmações encaminham para a importância do professor estar sempre refletindo e concretizando ações que visem à apropriação e à utilização dos conteúdos veiculados pela escola em situações do dia-a-dia, e, em nosso entendimento, a Modelagem favorece tal reflexão e ação.

Referências

ALENCAR, E. S. de. **Como desenvolver o potencial criador**: um guia para liberação da criatividade em sala de aula. 9. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

ALMEIDA, L. M. W. DIAS, M. R., Modelagem Matemática em cursos de formação de professores: In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D; ARAÚJO, J. de L. (Orgs.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: pesquisa e práticas. Recife: SBEM, 2007, p. 253-268.

BURAK, D. **Modelagem matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

______. Formação dos pensamentos algébricos e geométricos**:** uma experiência com modelagem matemática. **Pró-Mat.** – Paraná. Curitiba, v.1, n.1, p.32-41, 1998.

______. Modelagem Matemática em Sala de Aula. In: Encontro Paranaense de Modelagem Matemática em Educação Matemática, 1. 2004. **Anais...** Londrina, UEL. P. 1-10.

______. Modelagem Matemática: avanços, problemas e desafios. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2, 2006. **Anais...** Apucarana, PR. Modelagem Matemática: Práticas, Críticas e Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática, 2006. p. 1-9.

CAMILO, A. V. **Modelagem Matemática**: uma perspectiva para o ensino de matemática no ensino médio. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Contestado. Caçador, SC. UnC, 2002.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2004.

GHEDIN, E. A pesquisa como eixo interdisciplinar e a formação do professor pesquisador-reflexivo. **Revista Olhar de Professor**. a. 7, n. 2. Ponta Grossa, PR, 2004, p. 57-76.

GONTIJO, C. H. **Relações entre Criatividade, Criatividade em Matemática e Motivação em Matemática de Alunos do Ensino Médio**. Tese (Doutorado em Psicologia) – Universidade de Brasília, 2007. Disponível em <www.unb.br>. Acesso em 6 abr. 2008.

LARANJEIRA, M. I. **Da arte de aprender ao ofício de ensinar**: relato, em reflexão, de uma trajetória. Bauru, SP: EDUSC, 2000.

MOREIRA, P. C. DAVID, M. M. M. S. **A formação matemática do professor**: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

NICOLA, P. I. Formação psicológica do professor. In: LAMPERT, E. **Educação para a cidadania**. Porto Alegre: Sulina, 1999. p. 79-95.

PEREIRA, E. **A Modelagem Matemática e suas implicações para o desenvolvimento da criatividade**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, PR. UEPG, 2008.

SOISTAK, A. V. F. **Modelagem matemática no contexto do ensino médio:** possibilidade de relação da matemática com o cotidiano. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2006.

TORRANCE, E. P. **Criatividade**: medidas, testes e avaliações. Trad. Aydano Arruda. São Paulo: IBRASA, 1976.

TORRE, S. de la. **Dialogando com a Criatividade**. Trad. Cristina Mendes Rodrígues. São Paulo: Madras, 2005.

VIRGOLIM, A. M. R. Parada Obrigatória: a criatividade entrando em cena. In: VIRGOLIN, A. M. R. (org.). **Talento Criativo**: expressão em múltiplos contextos. Brasília: Editora UnB, 2007, p. 19-27.

12

Modelagem no ensino da Matemática e a teoria vygotkyana: um olhar sobre as ações e interações no processo de ensino e aprendizagem

Derli Kaczmarek
Dionísio Burak

1 Introdução

Ao longo dos anos é possível observar que, com o avanço tecnológico, o espaço educacional se tornou algo sem grandes atrativos para a maioria dos estudantes, tornando-se apenas um ponto de encontro para uma boa parte deles. O aumento do desinteresse fica evidente ao presenciarmos os estudantes inventando desculpas para chegarem atrasados às aulas, para não realizarem atividades dizendo que esqueceram o caderno, mesmo ele estando na mochila, brincarem "escondidos" com o celular e usarem fone de ouvido durante as aulas.

No sentido de superar esse quadro, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN'S, 1997) apontam para a necessidade da busca de alternativas inovadoras que auxiliem o processo de construção do conhecimento matemático. Esses documentos lembram que o aluno precisa reconhecer a Matemática como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua capacidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação. Desse modo, o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. Nesse sentido, estudos e pesquisas têm buscado apontar formas de dinamizar o ensino da Matemática nas suas diversas áreas. A resolução de problemas, o uso das tecnologias da informação e comunicação, a Etnomatemática, a História da Matemática, o uso de jogos e a Modelagem Matemática são alguns exemplos de propostas metodológicas que visam à melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática.

Segundo as Diretrizes Curriculares da Educação Básica (PARANÁ, 2008), essas tendências metodológicas enriquecem o processo pedagógico, pois permitem ao aluno "atribuir sentido e construir significado às ideias

matemáticas de modo a tornar-se capaz de estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar" (PARANÁ, 2008, p. 45). Neste viés, o trabalho pedagógico com a Modelagem Matemática contribui para a formação crítica do estudante, pois apresenta como pressuposto a problematização de situações do meio social e cultural em que vive, possibilitando a sua intervenção. Segundo Burak (1992), a Modelagem Matemática propicia ao estudante a liberdade para raciocinar, conjecturar, estimar e dar vazão ao pensamento criativo incitando a curiosidade e a motivação. Assim, orientada por uma concepção de Educação Matemática fundamentada nas ciências humanas sociais, convergente às necessidades da Educação Básica, a Modelagem Matemática:

> Constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões (BURAK, 1992, p. 62).

É nesse esclarecimento que Burak acredita se evidenciar a preocupação da Modelagem centrada no ensino e aprendizagem da Matemática. A concepção de Modelagem Matemática defendida por Burak (2010) parte de duas premissas: 1ª) o interesse do grupo de pessoas envolvidas e; 2ª) a coleta de dados no ambiente onde se dá o interesse. Nessa concepção, o trabalho com Modelagem tem seu princípio no interesse entendido como ponto de partida para o desenvolvimento de qualquer atividade humana. Esse princípio encontra sua sustentação em argumentos fundamentados na Psicologia.

A psicologia tem se mostrado uma grande aliada na pesquisa desenvolvida no âmbito da Educação. Do mesmo modo, há que se considerar que na Educação Matemática, em que todos os olhares se voltam para estudar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, a psicologia tem dado inegáveis contribuições. A teoria de Vygotsky, sem dúvida, pode ser assim considerada.

Com esse entendimento, buscamos dinamizar o processo de ensino e aprendizagem utilizando a Modelagem nas aulas de Matemática[1], conforme a concepção de Burak (2010), e apontar, por meio de reflexões analíticas, as ações e interações dos estudantes proporcionadas pelo desenvolvimento dessa metodologia e estabelecer possíveis relações com a Teoria de Vygotsky.

---

[1] Duas atividades desenvolvidas foram relatadas no trabalho de conclusão do mestrado intitulado: Modelagem no ensino da Matemática: Um viés na ação e interação do processo de ensino e aprendizagem. Disponível em http://bicen-tede.uepg.br/tde_busca/processaPesquisa.php?pesqExecutada=1&id=896

Os sujeitos da pesquisa são os estudantes do nono ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal. Os dados foram coletados a partir da observação realizada pela professora e pesquisadora, registrados em um diário de campo, e dos depoimentos escritos pelos estudantes ao término da realização das atividades com Modelagem Matemática.

Foram utilizadas as etapas propostas por Burak (2004, 2010) para o desenvolvimento das atividades com Modelagem Matemática. O tema escolhido pelos estudantes foi "o futebol" e dentre as atividades realizadas destaca-se: a medição da quadra da escola; a realização de entrevistas com todos os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental da escola e a utilização do laboratório de informática para a construção dos gráficos resultantes das entrevistas.

Nosso objetivo neste artigo é apresentar algumas categorias que emergiram em nossa pesquisa de mestrado que tinha com questão "Que ações e interações, dos estudantes, são identificadas nas atividades da Modelagem Matemática a partir do referencial Vygostyano?". Entende-se que a natureza dessa pesquisa é de cunho qualitativo. Ela, segundo Bogdan e Biklen (1994), visa compreender o processo de investigação mediante o qual pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados, para melhor compreender o comportamento e experiência humanos.

Assim, o fortalecimento do diálogo, reiterando a comunicação como instrumento de mediação entre o social e o individual, o favorecimento da troca e da colaboração com o outro mais experiente, o favorecimento das interações dos estudantes entre si e com o professor, a partir da realização do trabalho em grupos e a construção do processo de ensino e aprendizagem a partir dos interesses dos estudantes, são algumas categorias apresentadas a seguir, decorrentes da Modelagem Matemática, as quais evidenciam os postulados de Vygotsky.

2 Fortalecimento do diálogo reiterando a comunicação como instrumento de mediação entre o social e o individual

Segundo Vygotsky (1991), a linguagem, como necessidade da vida social, é consolidada na interação, produzindo e expressando sentidos e significados, e por essa razão: habilita as crianças a providenciar instrumentos auxiliares na solução de tarefas difíceis, a superar a ação impulsiva, a planejar uma solução para um problema antes de sua execução e a controlar seu próprio comportamento. Signos e palavras se constituem para as crianças, primeiro e, acima de tudo, como um meio de contato social com outras pessoas.

Sobre isso, vejamos o depoimento de D4[2] para que possamos em seguida interpretá-lo: *"Eu achei interessante essas pesquisas porque eu perdi a vergonha e conheci melhor as pessoas, falando de um assunto muito bom que é o futebol que é a paixão dos brasileiros"*.

Em nossas observações, registramos o isolamento de alguns alunos do grupo que não queriam sair da sala para entrevistar as outras turmas. Esse aluno (D4), habitualmente muito tímido, não queria entrar na turma em que foram realizadas as primeiras entrevistas afirmando que tinha vergonha. Foi, então, encorajado pela professora a procurar um amigo, colega, conhecido ou alguém que também estivesse isolado, porque ninguém o conhecia para ser entrevistado. O aluno parou na porta discretamente e disse que conhecia um dos meninos daquela sala e que era seu vizinho: foi o seu primeiro entrevistado. Na mesma sala o D4 fez também a sua segunda entrevista. Nas outras turmas passou a agir da mesma maneira: da porta olhava para a turma (parecia procurar um conhecido) e entrava.

Primeiramente entende-se que a metodologia possibilitou a oportunidade de fazer um trabalho diferenciado. O aluno mostrava-se tímido, mas pela dinâmica da atividade de Modelagem Matemática superou, ao menos naquele momento, a sua timidez. Vamos adentrar na "vergonha" declarada pelo aluno, pelo âmbito da comunicação. Relembrando os estudos de Pimentel (1999), a noção de internalização se dá no processo dialógico, que permeia os encontros intersubjetivos, considerando como "linguagem" todo e qualquer tipo de sistema de sinais linguísticos capaz de produzir comunicação humana. A comunicação vivenciada e relatada pelo estudante pode então ser caracterizada como o instrumento primordial de mediação entre o social e o individual. Evidencia-se, assim, que a comunicação, na atividade em grupo, propiciada pela Modelagem Matemática, representou uma ação primordial de mediação entre o social e o individual.

Para Vygotsky (2007), a sociabilidade da criança é o ponto de partida de suas interações com o entorno. O espaço escolar é um dos cenários onde as crianças e, no nosso caso, adolescentes, exercitam a sociabilidade. A linguagem, como necessidade da vida social, é consolidada na interação, produzindo e expressando sentidos e significados como também se constata na manifestação de D9: *"treinamos a conversação, como se fosse para vender algo às pessoas que você não conhece"*.

O depoimento do aluno D9 nos remete ao depoimento de D4: ao vencer a timidez para entrevistar os colegas da escola, o estudante desenvolvia

[2] Para preservar o anonimato dos estudantes, seus depoimentos foram denominados D1, D2, ..., D32.

e "treinava" a conversação, o que pode ser considerado um indicador de sucesso no que se refere à apropriação da linguagem. Segundo Vygotsky (1991), a linguagem constitui-se no instrumento semiótico mais desenvolvido, a apropriação e o domínio desse instrumento de mediação pelo estudante são indicadores de sucesso, pois representam fonte de desenvolvimento. Esse é um fator de grande relevância para nós educadores e como se observa, foi favorecido pela Modelagem.

3 Favorecimento da troca e da colaboração com o outro mais experiente

A Modelagem Matemática, na visão de Burak (2010, p.36) "satisfaz as necessidades de um ensino de Matemática mais dinâmico, revestido de significado nas ações desenvolvidas, tornando o estudante mais atento, crítico e independente". Ao mesmo tempo, favorece a construção do conhecimento matemático pelas inúmeras possibilidades de um mesmo conteúdo ser visto várias vezes no decorrer do desenvolvimento de um tema.

Sob o olhar da Teoria de Vygotsky, o professor tem o papel de mediador e facilitador das interações entre os estudantes e o objeto de conhecimento. Cabe a ele a promoção de situações que incentivem a curiosidade e permitam o aprendizado dos estudantes. Nesse sentido, um fator a ser considerado é o que Vygotsky chama de zona de desenvolvimento proximal, ou seja,

> a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes (VYGOTSKI, 1991, p. 97).

Nesse sentido, a proximidade com os estudantes, durante a realização das atividades de medição da quadra e no momento de tabulação dos dados referentes às entrevistas dos estudantes para elaboração dos gráficos, possibilitou a observação de situações de troca e de auxílio, além do limiar de cada estudante para mediação do professor na construção de conceitos. É o que se evidencia na conversa entre colegas dos grupos: "*precisamos conferir o número de sim e de não das entrevistas para ver se tem o total de entrevistas"* (grupo 1); "*cara, essa tua vírgula está no lugar errado, você escreveu 26,0 m e é 2,60m. A altura da trave é um pouco menor que a altura dessa sala e 26 m sei lá, acho que é um prédio"* (grupo 2).

Nas duas situações, podemos recorrer ao conceito de zona de desenvolvimento proximal, conforme Vygotsky. Para um dos estudantes, o

estabelecimento de igualdade entre o número de entrevistados e respostas já faz parte do seu nível de desenvolvimento real. Porém, para o outro, representa um nível a ser atingido sob a colaboração de um companheiro mais "capaz". O mesmo acontece em relação à altura da trave. Não se trata de apontar um erro do colega ou simplesmente comparar as resoluções, é preciso estabelecer relações entre o conjunto universo de entrevistados e os dados escritos assim como, no outro caso, estimar a distância da medida registrada para relacioná-la com o objeto real.

Tal diálogo dificilmente seria observado em uma aula direcionada de uma forma tradicional, pois o que se observa é que os mesmos alunos se destacam dando sugestões e respostas no desenvolvimento de atividades coletivas. Através destes diálogos, observam-se os níveis que precisam de intervenção em cada um dos estudantes.

O favorecimento da troca e da colaboração entre os estudantes, propiciada pela Modelagem Matemática, é também uma categoria presente nas manifestações dos estudantes, como em D5, ao afirmar que: "[...] *foi uma coisa muito diferente e interessante e tivemos todos juntos e unidos para que pudéssemos medir a quadra e eu gostei muito de trabalhar uma coisa diferente[...]".* Compreende-se que o favorecimento da troca e da colaboração se dá por meio do diálogo. A linguagem, como necessidade da vida social, é consolidada na interação, produzindo e expressando sentidos e significados e por essa razão habilita as crianças a providenciarem instrumentos auxiliares na solução de tarefas difíceis, a superar a ação impulsiva, a planejar uma solução para um problema antes de sua execução e a controlar seu próprio comportamento. Signos e palavras se constituem para as crianças, primeiro e acima de tudo, como um meio de contato social com outras pessoas (VYGOTSKY, 1991).

4 Favorecimento das interações dos estudantes entre si e com o professor a partir da realização do trabalho em grupos

Os depoimentos dos estudantes mostraram aquilo que na Modelagem Matemática se apresenta como um dos pontos fortes dessa metodologia: a interação. Nesse aspecto, vale destacar os estudos de Burak (1992) e Ferruzi (2011). Burak (1992) analisa as manifestações escritas por professores no ensino de Matemática mediado pela Modelagem Matemática. Por outro lado, Ferruzi (2011) investiga a ocorrência e a caracterização de interações oportunizadas pela Modelagem Matemática em sala de aula. No caso em análise, identificamos as interações entre os alunos pertencentes a cada grupo,

alunos dos diversos grupos, a professora da classe e também a interação com os alunos de outras turmas da escola.

No âmbito da aprendizagem, a interação é tratada por Vygotsky. Sua importância decorre de, conforme afirma Camargo (1999, p. 67), "o homem se torna sujeito da história, parte integrante do grupo social ao qual pertence na medida *em que* participa ativamente dele". Como a seguir, no depoimento de D5, *"Estivemos todos juntos e unidos para que pudéssemos medir a quadra*", estabelecendo interações com seus pares, trocando informações e conhecimentos, negociando significados sentidos atribuídos aos fatos, objetos e pessoas. Isso também se verifica no depoimento de D8 quando manifesta: *"Eu gostei muito na hora que saímos da sala para ver o que os outros alunos achavam sobre futebol, isso distraiu muito e juntou duas coisas: futebol com matemática".* Verifica-se nitidamente a dinâmica troca de informações entre os estudantes, bem como o sentido atribuído ao fato relacionado sobre futebol, além da troca de informações em relação aos times de futebol. A interação favorecida nas atividades de Modelagem permitiu também estabelecer uma visão que supera a disciplinar, tão comum e constante nas aulas atuais.

Sob o ponto de vista da Modelagem Matemática, a interação ocorre pela forma de organizar a dinâmica do trabalho em grupos, geralmente grupos de 3 a 4 participantes, ou de outras formas, em que pelas circunstâncias e características dos estudantes, opta-se pela organização em duplas. Ainda, sob o ponto de vista da teoria de Vygotsky, a interação se completa no espaço escolar.

Segundo diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p. 43), "como um incentivador da aprendizagem, o professor estimula a cooperação entre os alunos, tão importante quanto à própria interação adulto/criança". A possibilidade de confrontação daquilo que cada estudante pensa com o que pensam os colegas, seu professor e demais pessoas com quem convive, conforme descrito por D15, *"[...], só não achei legal, porque meu time não apareceu muito nessa pesquisa, achei legal também porque deu pra saber que time mais é torcido na escola e tal",* e reafirmado por D16 *"[...]interessante saber o que os alunos acham sobre os assuntos pesquisados por nós"*, é uma forma de oportunizar aos estudantes a formulação de argumentos (dizendo, descrevendo, expressando), de comprová-los (convencendo, questionando) e de compará-los. Além da interação entre professor e aluno, a interação entre alunos desempenha papel fundamental na formação das capacidades cognitivas e afetivas.

Conclui-se, portanto, que as atividades de Modelagem Matemática ensejam uma dinâmica, constituída pelas ações e interações, diferente das usuais em aulas de Matemática. Essa dinâmica parte de um tema cuja escolha é deliberada aos estudantes, portanto, entende-se que um fator de grande relevância nas ações e interações dos estudantes, perpassa pelo interesse, o qual, possibilitado pela Modelagem Matemática, notoriamente teve papel central.

5 Construção do processo de ensino e aprendizagem a partir dos interesses dos estudantes

Vygotsky (2004) afirma que o interesse tem sentido universal na vida da criança. Assim, como uma espécie de motor natural do comportamento infantil, o interesse é a expressão verdadeira de uma tendência instintiva, é a indicação de que a atividade de uma criança coincide com as suas necessidades orgânicas. Eis porque a regra básica requer a construção de todo o sistema educacional e de todo o ensino a partir dos interesses da criança, e em nosso caso estudantes adolescentes, levados em conta com exatidão.

Nesse sentido, a Modelagem permitiu além da escolha de um tema de interesse dos estudantes, que eles escolhessem seus grupos, definissem problemas e as estratégias de soluções. Em uma aula tradicional, o professor define o modo em que o trabalho será realizado.

Nos relatos, percebe-se que, ao propiciar a Modelagem Matemática, uma metodologia diferente da usual, esse quadro pode ser alterado atraindo o gosto dos estudantes. Na opinião de D7, *"Isso distraiu muito, e juntou duas coisas: futebol com matemática, isso fez os alunos gostarem mais de matemática[...]"* e "*porque invés da gente ficar fazendo conta, a gente saiu, foi trabalhar nos computadores, bom, nós fomos pela primeira vez nesse ano na sala de computação, nós conseguimos fazer gráficos diferentes e em 3D",* na opinião de D14.

Para Burak e Aragão (2012), tão importante quanto o trabalho com os aspectos matemáticos das situações, é a abordagem dos aspectos não matemáticos, "pois consideramos que são formadores de valores e de atitudes que são permanentes, pois, nessa fase de sua formação, esses valores são desenvolvidos e incorporados" (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 100).

Ao *"conhecer gostos de outros alunos e saber que todos têm gostos diferentes"* (D10); abre-se a possibilidade do respeito às diferentes opiniões dos estudantes entrevistados. Considerando que se tratam de estudantes adolescentes e que, se tratando de futebol, têm presenciado e reproduzido

exemplos de desrespeito entre torcidas rivais, "*saber o time que cada um acha que vai ser campeão e suas opiniões sobre o que o futebol pode ser útil. [...] Teve pessoas que até estavam desinformadas sobre o futebol, mas o bom é que não teve preconceito com a opinião do outro"* (D13), sugere a formação de valores e atitudes que poderão se fazer presentes na vida dos estudantes.

Se o estudante entende que "*É bom saber as opiniões, palpites de alunos diferentes uns dos outros"* (D16), ainda que *"[...] não achei legal, porque meu time não apareceu muito nessa pesquisa, achei legal também porque deu pra saber que time mais é torcido na escola e tal"* (D15), estará, no mínimo, tendo a oportunidade de vivenciar um momento que traz significado mais claro para as interações sociais.

Construir conhecimentos, na perspectiva de Vygotsky, implica numa ação partilhada sugerindo assim, um redimensionamento do valor das interações sociais no contexto educacional. Essas passam a ser entendidas como condições necessárias para a produção de conhecimentos por parte dos alunos, particularmente aquelas que permitam o diálogo, a cooperação e troca de informações mútuas, o confronto de pontos de vista divergentes e que implicam na divisão de tarefas na qual cada um tem uma responsabilidade que, somadas, resultarão no alcance de um objetivo comum. Cabe, portanto, "ao professor não somente permitir que elas ocorram como também promovê-las no cotidiano das salas de aula" (REGO, 2000, p. 110).

O trabalho em grupo, gerado a partir do interesse do grupo ou dos grupos, conforme Burak e Aragão (2012), resulta em ganho para a aprendizagem, pois o grupo ou os grupos de alunos trabalham com aquilo que gostam e que apresenta significado para eles, por isso tornam-se corresponsáveis pela aprendizagem.

Entende-se que o tema trabalhado a partir do interesse, numa metodologia diferenciada, norteou os relatos dos estudantes. Não se nega, porém, que dificuldades tenham sido enfrentadas pelos estudantes na realização das atividades. Entretanto, o interesse conduziu o desenvolvimento do trabalho num sentido de superação, relegando as dificuldades a um segundo plano. Um dos estudantes se manifestou dizendo: *"Eu achei um trabalho interessante, mas deu muito trabalho para concluir. Eu estava com preguiça de fazer esse trabalho, mas foi bom, deu para conhecer as pessoas"* (D20).

6 Considerações finais

Segundo Vygotsky (2004), o processo de desenvolvimento das funções psicológicas superiores se divide em dois planos e inicia-se na relação com os outros e depois no próprio indivíduo. Em outras palavras, o desenvolvimento vai do social para o individual. Portanto, inferimos que as ações dos estudantes, no desenvolvimento da Modelagem Matemática, foram resultantes das interações entre eles. As interações, nas situações observadas, tiveram como pilares o tema de interesse e a realização das atividades em grupo. Nos estudos de Vygotsky, é explícita a importância do outro no desenvolvimento do indivíduo.

Os depoimentos dos estudantes mostraram aquilo que na Modelagem Matemática se apresenta como um dos pontos fortes dessa metodologia: a interação entre alunos pertencentes a cada grupo, alunos dos diversos grupos e o professor da classe e a interação entre os sujeitos envolvidos e o objeto de conhecimento.

Conclui-se que o fortalecimento da troca e da colaboração entre os estudantes criou a zona de desenvolvimento proximal. As interações dos estudantes entre si e com o professor, com o trabalho em grupos, o fortalecimento da comunicação e da linguagem, do papel fundamental desempenhado na formação das capacidades cognitivas e afetivas se deram com a contribuição da dinâmica diferente, propiciada pela Modelagem Matemática, centrada no interesse dos estudantes.

Diante de tantas outras pesquisas já realizadas no âmbito da Modelagem Matemática, essa reforça a importância, para os estudantes, da realização do trabalho docente a partir da perspectiva do interesse e do trabalho em grupo. Entendemos que ações como autonomia, criticidade, criatividade, atenção, memória, raciocínio, percepção, diálogo e afetividade foram evidenciadas, portanto conduzidas a um processo de internalização. As interações decorreram de trocas e auxílios entre todos os sujeitos envolvidos, portanto mediadas. Esse aspecto reforçou a criação de vínculos sociais, enfocando o desenvolvimento individual no aspecto dinâmico e dialético, favorecendo o aparecimento da zona de desenvolvimento proximal.

Basicamente, as ações e interações decorrentes da Modelagem Matemática, evidenciam os postulados de Vygotsky para a criação de "uma escola em que as pessoas possam dialogar, discutir, duvidar, questionar e compartilhar saberes. Onde há espaço para as contradições, para a colaboração mútua e para a criatividade" (REGO, 2000, p. 118).

Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

BURAK, D. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

_____. Uma perspectiva de modelagem matemática para o ensino e a aprendizagem da matemática. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. **Modelagem matemática uma perspectiva para a Educação Básica**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2010. p. 15-38.

_______. A Modelagem matemática e a sala de aula. In: I EPMEM – I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2004. **Anais...** Londrina, PR, 2004.

_______. Modelagem matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula**. Revista de Modelagem na Educação Matemática**. v. 1, n. 1, p. 10-27. 2010.

BURAK, D.; ARAGÃO, R. M. R. de. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa.** Curitiba: CRV, 2012.

FERRUZZI, E. C. **Interações discursivas e aprendizagem em modelagem matemática**. 2011. Tese (Doutorado em ensino de ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

PIMENTEL, A. Intersubjetividade e Aprendizagem Escolar. In: MARTINS, João Batista (Org.). **Na perspectiva de Vygotsky**. São Paulo: Quebra Nozes/ Londrina CEFIL, 1999. p. 13-24.

CAMARGO, J. S. Interação Professor-Aluno: A Escola como Espaço Interativo. In: MARTINS, João Batista (Org.). **Na perspectiva de Vygotsky**. São Paulo: Quebra Nozes/ Londrina CEFIL, 1999. p. 67-80.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado do Paraná** – Matemática. Curitiba, 2006

REGO, T.C. **Vygotsky**: uma perspectiva histórico-cultural da educação. Petrópolis. 10. ed. RJ: Vozes, 2000.

VYGOTSKY, L. S. A. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VYGOTSKY, L. S. **Psicologia Pedagógica**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

Sobre os Autores

Alzenir Virgínia Soistak
Professora da Rede Estadual de Ensino de Ponta Grossa
nisoistak@ibest.com.br

Carla Melli Tambarussi
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, UNIOESTE
carlatambarussi@hotmail.com

Carlos Roberto Ferreira
Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO
carlosferreira@unicentro.br

Celia Finck Brandt
Universidade Estadual de Ponta Grossa, UEPG
brandt@bighost.com.br

Derli Kaczmarek
Professora da Rede Municipal de Ensino, Araucária PR
derli.k@hotmail.com

Dionísio Burak
Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO
Universidade Estadual de Ponta Grossa, UEPG
dioburak@yahoo.com.br

Emanueli Pereira
Universidade do Estado do Paraná, UNESPAR
emanueliw@gmail.com

Fábio Roberto Vicentin
Professor da Rede Estadual de Ensino, SEED
farovi@sercomtel.com.br

Helaine Maria de Souza Pontes
Universidade Estadual de Ponta Grossa, UEPG
helainempontes@yahoo.com.br

Marinês Avila de Chaves Kaviatkovski
Universidade Estadual de Ponta Grossa, UEPG
marineschaves@gmail.com

Tiago Emanuel Klüber
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, UNIOESTE
tiagokluber@gmail.com

Vantielen da Silva Silva
Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO
vantisilva@gmail.com

Sobre o livro

Formato	16x23cm
Tipologia	Times New Roman, Calibri
Papel	Offset 90/m² g (miolo)
	Cartão Supremo 240/m² g (capa)
Impressão	Impressoart Editora Grafica Ltda
Acabamento	Colado, costurado, laminação fosca e verniz localizado
Tiragem	500 exemplares
Ano	2016